



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2.) [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3.) [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.

6.) [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 1
 $ab : 2^{15} 7^{11} \Rightarrow$ можно представить ab как $2^{15} 7^{11} k$ (итд $a, b, c \in \mathbb{N}$, то k тоже натур.)
 аналогично тк $bc : 2^{17} 7^{18} \Rightarrow bc = 2^{17} \cdot 7^{18} m$; $ac : 2^{23} 7^{39} \Rightarrow ac = 2^{23} 7^{39} n$
 $\Rightarrow ab \cdot bc \cdot ac = 2^{15} \cdot 7^{11} k \cdot 2^{17} \cdot 7^{18} m \cdot 2^{23} \cdot 7^{39} n = 2^{55} \cdot 7^{68} kmn$ (n -натур, m -натур)

$\underbrace{a \cdot b^2 c^2}_{\text{натуральное}} = \underbrace{2^{55} \cdot 7^{68}}_{\text{натуральное}} kmn \mid \Rightarrow$ ищем корни
 $abc = \sqrt{2^{55} \cdot 7^{68} \cdot kmn}$
 $abc = \underbrace{2^{27} \cdot 7^{34}}_{\text{натур}} \cdot \underbrace{\sqrt{2kmn}}_{\text{натур}}$

$\sqrt{2kmn}$ - натур $\Rightarrow 2kmn$ - квадрат натур. числа \Rightarrow ~~ищем~~ ищем k, m, n кратно 2

~~Значит, произведем $2kmn$ наименьшее (при k, m, n натур) равно $2 \cdot 1 \cdot 2 = 4$
 $\Rightarrow abc = 2^{27} \cdot 7^{34} \cdot \sqrt{4} = 2^{28} \cdot 7^{34}$~~

~~Пример:
 $a = 2^7 \cdot 7^7$ $ab = 2^{15} \cdot 7^{11}$
 $b = 2^{15} \cdot 7^4$ $bc = 2^{13} \cdot 7^4 \cdot 2^{21} \cdot 7^{32} = 2^{34} \cdot 7^{36}$
 $c = 2^{21} \cdot 7^{32}$~~

~~Пример:~~
 Заметим, что $ab \cdot bc = 2^{15} \cdot 7^{11} k \cdot 2^{17} \cdot 7^{18} m = 2^{32} \cdot 7^{29} km$
 $ac \cdot b^2 = 2^{32} \cdot 7^{39} km$ при этом $ac = 2^{23} \cdot 7^{39} n$
 $2^{23} \cdot 7^{39} n \cdot b^2 = 2^{32} \cdot 7^{29} km$
 $n b^2 = \frac{2^9 km}{7^{10}}$
 $\underbrace{\hspace{1cm}}_{\text{натур}} \cdot \underbrace{\hspace{1cm}}_{\text{натур}} \Rightarrow km : 7^{10}$

$\Rightarrow kmn : 2u : 7^{10} \Rightarrow$ ищем наименьшее при натур. числах: $2 \cdot 7^{10} \Rightarrow$
 наименьшее значение $abc = 2^{27} \cdot 7^{34} \cdot \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 7^{10}} = 2^{28} \cdot 7^{35}$

Пример:
 $a = 2^{10} \cdot 7^{21}$
 $b = 2^5$
 $c = 2^{13} \cdot 7^{18}$ Тогда $ab = 2^{15} \cdot 7^{21} = 7^{10} \cdot (2^{15} \cdot 7^{11}) : (2^{15} \cdot 7^{11})$
 $bc = 2^{18} \cdot 7^{18} = (2^{17} \cdot 7^{18}) \cdot 2 : (2^{17} \cdot 7^{18})$
 $ac = 2^{10} \cdot 7^{21} \cdot 2^{13} \cdot 7^{18} = 2^{23} \cdot 7^{39} : (2^{23} \cdot 7^{39})$
 и $abc = 2^{10} \cdot 7^{21} \cdot 2^5 \cdot 2^{13} \cdot 7^{18} = 2^{28} \cdot 7^{39}$

Ответ: $2^{28} \cdot 7^{39}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

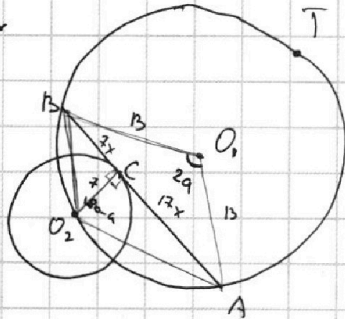


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Тк $BC : AC = 7 : 17$

то обозначим $BC = 7x$

а $AC = 17x$



Обозначим $\angle A_1 O_1 B = 2\alpha$

тогда $\angle A_1 O_1 B = 2\alpha$ (тк $\angle A_1 O_1 B$ - центр)

$\Rightarrow \cup A O_2 B$

$\Rightarrow \cup A B = 360 - 2\alpha$

$\angle B O_2 A = \frac{1}{2} \cup A T B$ (как впис.)

$\angle B O_2 A = \frac{360 - 2\alpha}{2} = 180 - \alpha$

По т. косинусов в $\triangle A O_1 B$

$$AB^2 = 13^2 + 13^2 - 2 \cdot 13 \cdot 13 \cdot \cos 2\alpha = 169(2 - 2 \cos 2\alpha)$$

($BO_1 = AO_1 = r = 13$) $= 338(1 - \cos 2\alpha)$

т. косинусов в $\triangle A O_2 B$

$$AB^2 = BO_2^2 + AO_2^2 - 2 \cdot BO_2 \cdot AO_2 \cdot \cos(180 - \alpha)$$

по т. Пифагора в $\triangle BCO_2$ и $\triangle ACO_2$

$$BO_2^2 = 49 + 49x^2$$

$$AO_2^2 = 49 + 289x^2$$

$$\Rightarrow AB^2 = 49 + 49x^2 + 49 + 289x^2 - 2 \cdot \sqrt{49(1+x^2)} \cdot \sqrt{49 + 289x^2} \cdot \cos(180 - \alpha)$$

$$\cos(180 - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2\sin^2 \alpha$$

$$AB^2 = 338(1 - \cos 2\alpha)$$

~~$$(7x + 17x)^2 = 338(1 - 2\cos^2 \alpha + 1)$$~~

~~$$AB^2 = 338(1 - 1 + 2\sin^2 \alpha)$$~~

~~$$AB^2 = 676$$~~

$$AB^2 = 338(2 - 2\cos^2 \alpha)$$

$$AB^2 = 676(1 - \cos^2 \alpha)$$

$$(7x + 17x)^2 = 676(1 - \cos^2 \alpha)$$

$$(24x)^2 = 676(1 - \cos^2 \alpha)$$

$$576x^2 = 676 - 676\cos^2 \alpha$$

$$1 - \cos^2 \alpha = \frac{576}{676} x^2$$

$$1 - \cos^2 \alpha = \frac{144}{169} x^2$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \frac{144}{169} x^2$$

$$\cos \alpha \geq 0 \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{144}{169} x^2}$$

~~по т. синусов $AB = 2 \cdot R \cdot \sin(\angle A O_2 B)$~~
 ~~$AB = 26 \cdot \sin(180 - \alpha)$~~
 ~~$\sin(180 - \alpha) = \sin \alpha$~~
 ~~$AB = 26 \cdot \sin \alpha$~~
 тк $\angle B O_2 A$ остр на хорде $< 80^\circ$
 то $2\alpha < 180^\circ$ и $\alpha < 90^\circ \Rightarrow \cos \alpha > 0$

$$AB^2 = 98 + 329x^2 - 14\sqrt{(1-x^2)} \cdot \sqrt{49 + 289x^2} \cdot (-\cos \alpha)$$

$$(24x)^2 = 98 + 329x^2 + 14\sqrt{(1-x^2)} \cdot \sqrt{49 + 289x^2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Обозначим $a = 3x^2 + 3x + 1$

$b = 1 - 9x$

Тогда $a + b = 3x^2 - 6x + 2$

Подставим в уравнение

$\sqrt{a+b} - \sqrt{a} = 6$

$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + 6$

$a+b = a + b^2 + 2b\sqrt{a}$ при $b=0$ $1-9x=0$ $9x=1$

$b = b(6 + 2\sqrt{a})$ $| : b$

$1 = 6 + 2\sqrt{a}$

$2\sqrt{a} = 1 - 6$

$4a = 1 - 2b + b^2$ Обратная замена

$4(3x^2 + 3x + 1) = 1 - 2(1 - 9x) + (1 - 9x)^2$

$12x^2 + 12x + 4 = 1 - 2 + 18x + 1 - 18x + 81x^2$

$69x^2 - 12x - 4 = 0$

$D_1 = 36 + 69 \cdot 4 = 36 + 276 = 312 = 4 \cdot 78$

$x = \frac{6 \pm 2\sqrt{78}}{69} = \frac{6 \pm \sqrt{312}}{69}$

~~$\frac{6 + 2\sqrt{78}}{69} = \frac{2}{39} + \frac{\sqrt{312}}{69}$~~

~~$\frac{\sqrt{284}}{69} < \frac{\sqrt{312}}{69} < \frac{\sqrt{324}}{69}$~~

~~$\frac{16}{69} < \frac{\sqrt{312}}{69} < \frac{19}{69} < \frac{17}{69} < \frac{\sqrt{312}}{69} < \frac{18}{69}$~~

~~$\frac{2 + \sqrt{312}}{39} < \frac{19}{69}$~~

~~$\frac{6}{69} + \frac{\sqrt{312}}{69} < \frac{6}{69} + \frac{17}{69} = \frac{23}{69} < \frac{29}{69} < \frac{\sqrt{312}}{69} < \frac{18}{69}$~~

~~$\frac{6 + 2\sqrt{28}}{69} = \frac{6}{69} + \frac{\sqrt{312}}{69}$~~

$(\frac{6}{69} + \frac{\sqrt{312}}{69}) - (1 - \frac{\sqrt{3}}{3}) = \frac{\sqrt{312}}{69} + \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{63}{69} = \frac{\sqrt{312}}{69} + \frac{29\sqrt{3}}{69} - \frac{63}{69} > \frac{17}{69} + \frac{29 \cdot 1,7}{69}$

$-\frac{63}{69} = \frac{17 + 49,3 - 63}{69} = \frac{66,3 - 63}{69} = \frac{3,3}{69} > 0 \Rightarrow \frac{6}{69} + \frac{\sqrt{312}}{69} > 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\frac{6}{69} - \frac{\sqrt{312}}{69} < \frac{6}{69} - \frac{17}{69} = -\frac{11}{69} < 0 < 1 - \frac{3}{3} < 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow \frac{6}{69} - \frac{\sqrt{312}}{69} < 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$ не подходит по ОДЗ $\Rightarrow \frac{6}{69} + \frac{\sqrt{312}}{69} < 1 + \frac{\sqrt{3}}{3}$

Отв. $\frac{1}{9}$; $\frac{6 + 2\sqrt{78}}{69}$

ОДЗ

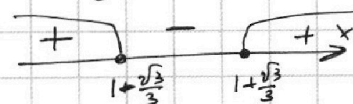
$3x^2 + 3x + 1 \geq 0$

$D = 9 - 12 = -3 < 0 \Rightarrow$ всегда полож.

$3x^2 - 6x + 2 \geq 0$

$D_1 = 36 - 24 = 12$

$x = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{6} = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$



знаки выписаны

~~$\frac{2}{3} < 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} < 1 + \frac{\sqrt{3}}{3}$~~

~~$\frac{1}{3} < 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} < \frac{2}{3}$~~

корень не по ОДЗ

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{EK} = \frac{2\sqrt{1,19}}{2,4} \quad EK = \frac{1,2}{\sqrt{1,19}} \quad \operatorname{tg} \angle EKA = \frac{EC}{EK} = \frac{1,2}{\frac{1,2}{\sqrt{1,19}}} = \frac{2\sqrt{1,19}}{1,19}$$

~~tg AKT~~
угловой коэф прямая (-a) равен $\operatorname{tg} \angle AKT = -\operatorname{tg}(180^\circ - \angle AKT) = -\operatorname{tg} \angle EKA = -\frac{2\sqrt{1,19}}{1,19}$

$$\Rightarrow a = \frac{2\sqrt{1,19}}{1,19}$$

Для второй касательной $A'D'$ проводим ~~касательную~~ ~~касательную~~ ~~касательную~~
 $(BA'C' \cap ED'C')$, ~~касательная~~ $C'D'E' \sim C'E'K$ и ~~касательная~~ $\operatorname{tg} \angle A'K'E = \frac{2\sqrt{1,19}}{1,19}$

C' совм с C тк
и BC и BC' окажутся
равными

$$\operatorname{tg} \angle A'K'E = \frac{2\sqrt{1,19}}{1,19} \Rightarrow (-a) = \frac{2\sqrt{1,19}}{1,19}$$

~~касательная~~ $\operatorname{tg} \angle A'K'E = \frac{2\sqrt{1,19}}{1,19}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№6

$ax + y - 8b = 0$ можно записать: $y = -ax + 8b$ - уравнение прямой

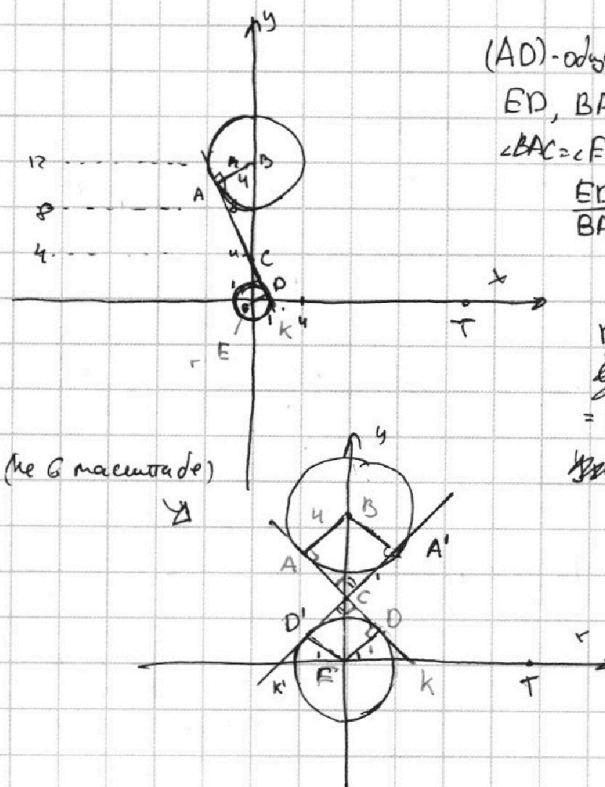
Заметим, что $x^2 + y^2 - 1 = 0$ - уравн. окр-ти с центром $(0; 0)$ и радиусом 1
 \Rightarrow если $x^2 + y^2 - 1 > 0$ то точка с коорд $(x; y)$ лежит вне окр-ти, а если $x^2 + y^2 - 1 < 0$ то внутри или

Аналогично $x^2 + (y - 12)^2 - 16 = 0$ уравн. окр-ти с центром $(0; 12)$ и радиусом 4

Рассмотрим данное уравнение $(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0$

≤ 0 это может быть когда одна из скобок > 0 , а другая < 0 или когда сумма в одной из скобок равна 0

\Rightarrow Если ~~прямая~~ система имеет 2 решения то прямая пересекается с данными окружностями или областями внутри окружности в двух точках
 Если прямая пересекает окр-ть то она имеет с ней 2 общие точки и еще бесконечное множество других точек с областью внутри, и \Rightarrow тогда система имеет беск. много решений \Rightarrow прямая $y = -ax + 8b$ не может касаться их, то имеет с каждой из ~~двух~~ ~~окр-тей~~ по 2 общие точки, и тк решений ровно 2, то она касается сразу двух окр-тей \Rightarrow данная прямая есть их общая касательная.



(AD) - общая касат. окр-тей с центрами в A и B
 ED, BA радиусы \perp касательной
 $\angle BAC = \angle FDC = 90^\circ$; $\angle ACB = \angle DCE$ (верт) $\Rightarrow \triangle BAC \sim \triangle EDC$
 по 2 угла
 $\frac{ED}{BA} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{EC}{BC} = \frac{1}{4}$
 $EC + BC = 12 \Rightarrow$

~~По теореме~~
 $EC = \sqrt{12^2 - 4^2} = \sqrt{144 - 16} = \sqrt{128} = 8\sqrt{2}$
 $BC = 12 - 8\sqrt{2}$
 $\angle ECK = \angle DCE$
 $\angle CDE = \angle CEK = 90^\circ \Rightarrow \triangle CDE \sim \triangle CEK$
 $\frac{ED}{CE} = \frac{CD}{EK}$
~~по теореме~~
 $CD = \sqrt{24^2 - 1} = \sqrt{576 - 1} = \sqrt{575}$
 $2\sqrt{145}$
 24
 $8\sqrt{2}$
 EK
 $CD = \sqrt{24^2 - 1} = \sqrt{576 - 1} = 2\sqrt{145}$



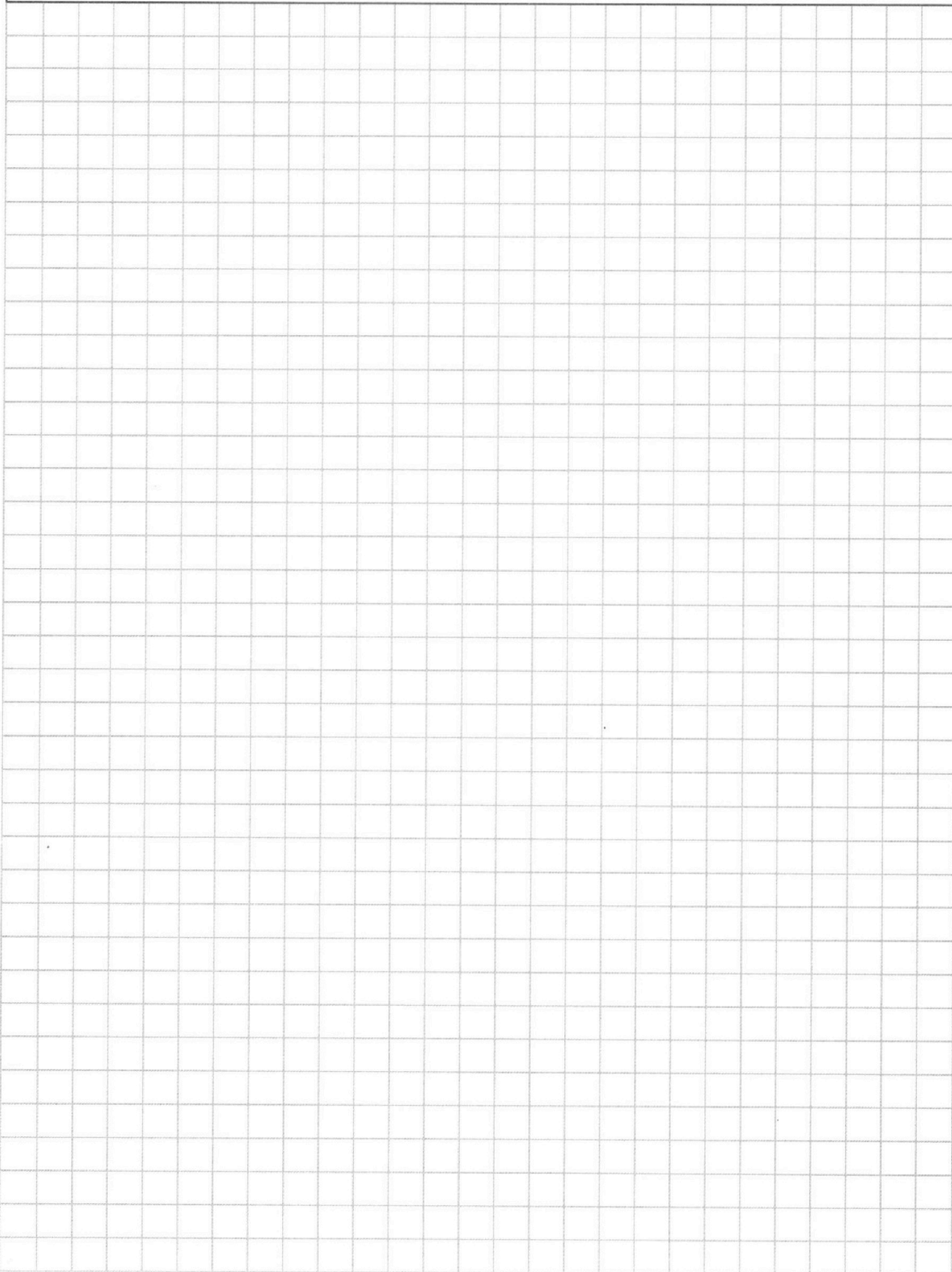
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

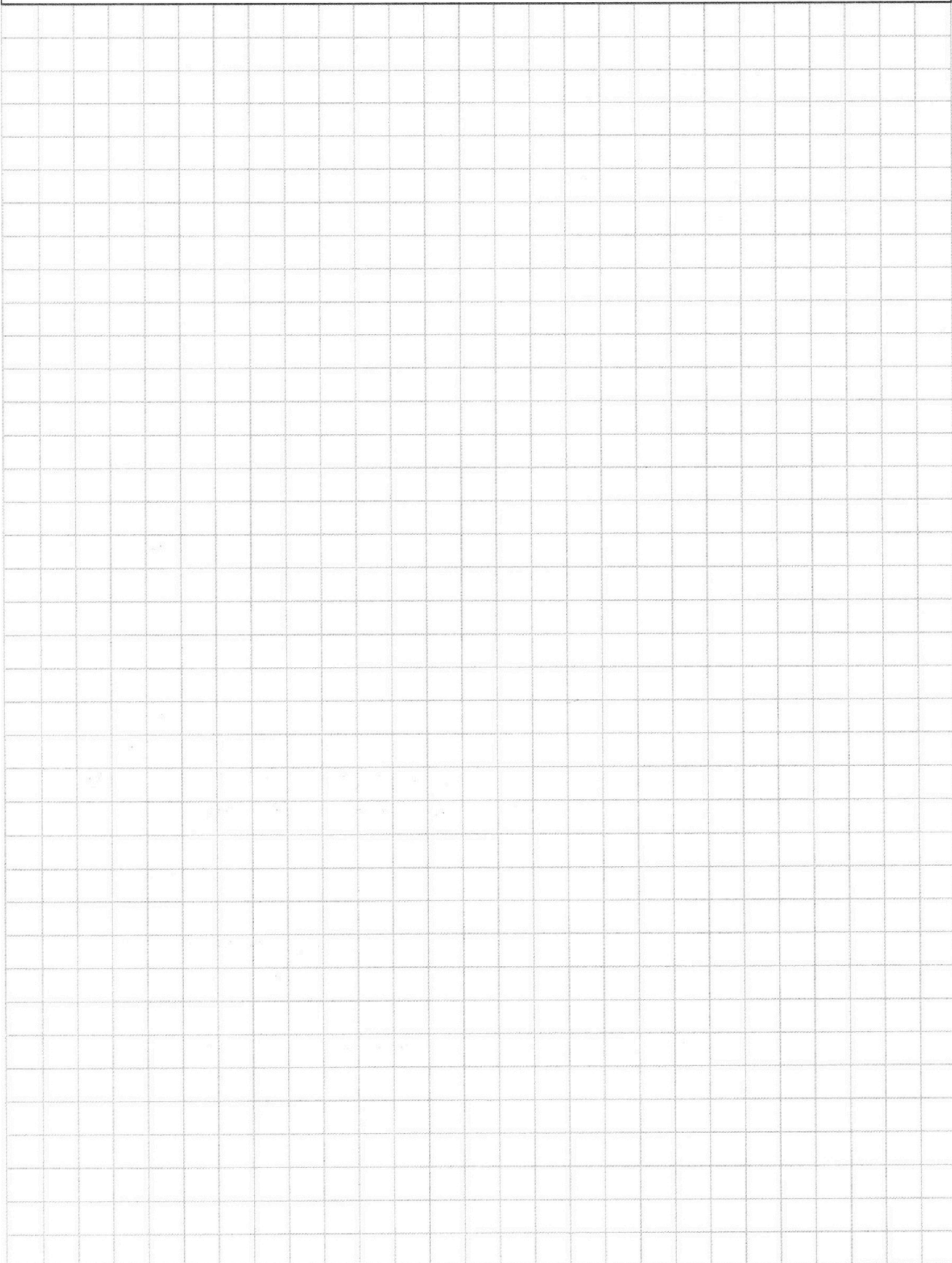
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} a_2 + b_2 &= 30 \\ a_2 + c_2 &= 23 \\ b_2 + c_2 &= 17 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_7 + b_7 &= 22 \\ a_7 + c_7 &= 39 \\ b_7 + c_7 &= 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_2 + b_2 &= 15 \\ a_2 + c_2 &= 23 \\ b_2 + c_2 &= 34 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2(a_2 + b_2 + c_2) &= 70 \\ a_2 + b_2 + c_2 &= 35 \\ c_2 &= 5; a_2 = 18; b_2 = 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_2 + b_2 &= 15 \\ b_2 + c_2 &= 18 \\ a_2 + c_2 &= 23 \\ \frac{56}{2} &= 28 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_7 + b_7 &= 21 \\ b_7 + c_7 &= 18 \\ a_7 + c_7 &= 35 \end{aligned}$$

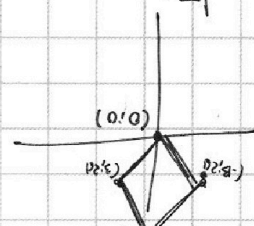
$$\begin{aligned} a_7 + b_7 &= 11 \\ a_7 + c_7 &= 39 \\ b_7 + c_7 &= 36 \\ a_7 + b_7 + c_7 &= 86 = 43 \\ b_7 &= 4 \\ a_7 &= 7 \\ c_7 &= 32 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_2 &= 5 \\ a_2 &= 10 \\ c_2 &= 13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_7 &= 0 \\ a_7 &= 21 \\ c_7 &= 18 \end{aligned}$$

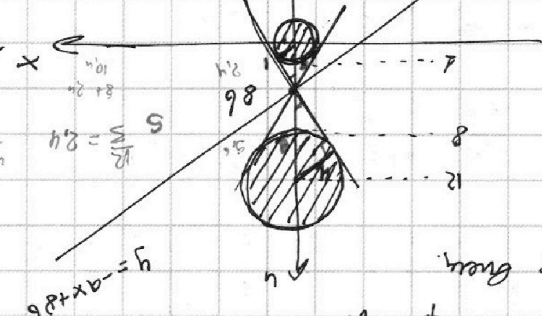
$$\begin{aligned} a_7 + b_7 &= 21 \\ b_7 + c_7 &= 18 \\ c_7 + a_7 &= 35 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_7 + b_7 &= 11 \\ a_7 + c_7 &= 39 \\ b_7 + c_7 &= 36 \end{aligned}$$

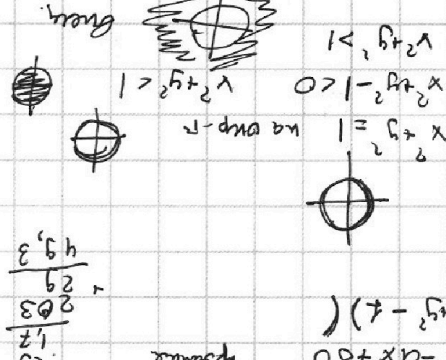
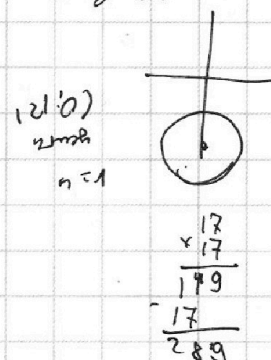


$$\begin{aligned} -3x + 1 - 2\sqrt{(a+1-3x)a} &= -3x \\ \sqrt{(a+1-3x)a} &= 6x \\ a^2 + a - 9ax - 5x^2 &= 36x^2 \end{aligned}$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-2)^2 - 16) \leq 0$$



$$\begin{aligned} x^2 + (y-2)^2 &= 16 \\ (x^2 + (y-1)^2 - 1) &= 16 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 3. & 36x - 78 \end{aligned}$$

$$y = -ax + 86$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3x^2 - 6x + 7} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

~~$\sqrt{3x^2 - 6x + 7}$~~

$$D_1 = 9 - 6 = 3$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 7} = 1 - 9x$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3} = 1 \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{a+b} - \sqrt{a} = b$$

$$3x^2 - 6x + 7 - 3x^2 - 3x - 1 + 2\sqrt{49x + 49} = 2\sqrt{49x + 49}$$

$$AB = 2 \cdot R \cdot \sin(\alpha)$$

$$4(9 + 6) = 18$$

$$39$$

$$18$$



$$OB = 7\sqrt{x+1}$$

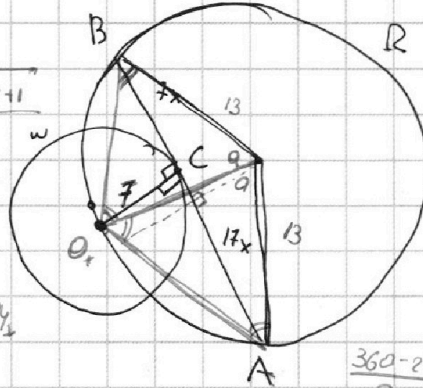
$$OA = \sqrt{49 + 289x^2}$$

$$\begin{array}{r} 312 \ 13 \\ - 3 \ 1104 \ 12 \\ \hline 52 \ 12 \\ - 32 \ 14 \\ \hline 20 \end{array}$$

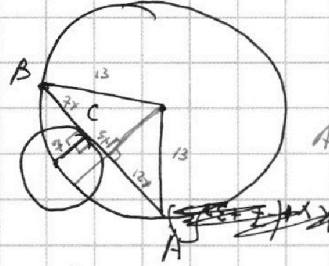
$\cos \tau \cos$ $16 \pm 33e$

$$AB^2 = 338 - 2 \cdot 169 \cos 2\alpha$$

$$AB^2 = 49 + (17x^2 + 49 + 49x^2 - 2\sqrt{(49x + 49)(49x + 49x^2)} \cdot \cos(180 - \alpha))$$



$$\frac{360 - 2\alpha}{2} = 180 - \alpha$$



$$\alpha = 90 - \frac{\alpha}{2}$$

$$AB = 2 \cdot R \cdot \sin(2\alpha)$$

$$O = \sqrt{-5x^2 + x} \pm \sqrt{-x}$$

$$k(x-1) = -x + 3x\sqrt{-x}$$

$$k+1 = kx - x + 3x\sqrt{-x}$$

$$k+1 = (k-2+3\sqrt{-x})x$$

$$D = (49 + 45 - 21\sqrt{5})x^2 - 49x = 0$$

$$x^2 + (7 - 3\sqrt{5})x - 49 = 0$$

$$b^2 = (-7 + 3\sqrt{5})^2 - 4 \cdot (-49) = 49 - 42\sqrt{5} + 45 + 196 = 290 - 42\sqrt{5}$$

$$b = \sqrt{290 - 42\sqrt{5}}$$

$$\frac{b^2}{(k+1)^2} = \frac{b^2(k-2+3\sqrt{-x})^2}{(k+1)^2} = \frac{b^2(k^2 - 4k + 4 + 6k\sqrt{-x} - 14\sqrt{-x} + 9(-x))}{(k+1)^2}$$

$$9 + 6$$

$$a = k \cdot b$$

$$k = \frac{9}{b}$$

$$\frac{(k+1)^2}{9} = \frac{(k-2+3\sqrt{-x})^2}{(k+1)^2} = \frac{290 - 42\sqrt{5}}{(k+1)^2}$$

$$k = \frac{9}{b}$$

$$D = 49 - 4 = 45$$

$$k = \frac{9}{b}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

д/з

Одогонаем

$$a = 3x^2 + 3x + 1$$

$$b = 1 - 9x$$

$$\text{Тогда } a + b = 3x^2 - 6x + 2$$

Подставим в уравн.

$$\sqrt{a+b} - \sqrt{a} = b$$

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + b$$

$$a+b = a + b^2 + 2b\sqrt{a} \quad b=0 \text{ - решение.} \quad 1-9x=0$$

$$2b\sqrt{a} = b^2 \quad | : b \neq 0 \quad 9x=1$$

$$2\sqrt{a} = 1 - b$$

$$4a = 1 - 2b + b^2$$

обратная подстановка