



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 13



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $3^{11}7^{11}$ ,  $bc$  делится на  $3^{18}7^{16}$ ,  $ac$  делится на  $3^{21}7^{38}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4}-\sqrt{2x^2+x+3}=1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , диаметр  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC=1$  и  $BC=16$ . Найдите длину общей касательной к окружностям  $\omega$  и  $\Omega$ .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенствам

$$3x+2y=z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения  $\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6y^2}$ .

6. [5 баллов] Из пункта  $A$  в пункт  $B$  выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт  $B$  на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от  $A$  к  $B$ , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в  $B$  на 1 час 15 минут позже ~~каждого из них~~ <sup>каждого из них</sup> велосипедиста. Найдите расстояние между  $A$  и  $B$ .

7. [6 баллов] Вписанная окружность  $\omega$  прямоугольного треугольника  $ABC$  с прямым углом  $B$  касается его сторон  $CA, AB, BC$  в точках  $D, E, F$  соответственно. Луч  $ED$  пересекает прямую, перпендикулярную  $BC$ , проходящую через вершину  $C$ , в точке  $Y$ ;  $X$  – вторая точка пересечения прямой  $FY$  с окружностью  $\omega$ . Известно, что  $EX=2\sqrt{2}XY$ . Найдите отношение  $AD:DC$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$ab \geq 3^{11} 4^{11} \quad ; 3^{11} 4^{11}$   
 $bc \geq 3^{18} 4^{16} \quad ; 3^{18} 4^{16}$   
 $ac \geq 3^{21} 4^{38} \quad ; 3^{21} 4^{38}$   
 $\Rightarrow ab \cdot bc \cdot ac \geq 3^{50} 4^{7} \Rightarrow$  система неравенств  $3, 6 a^2 b^2 c^2$   
 $\geq 11 \cdot 18 + 21 = 50, \Rightarrow \forall abc \quad 50 : 2 = 25$   
 минимальное  $3^5 \cdot 4^7 \geq 11 \cdot 18 + 38 = 65$ , т.е.  $a^2 b^2 c^2$  - квадрат.  
 $2 \cdot 25 = 50 \geq 66$   
 $\Rightarrow \forall abc \geq 33$

минимум  $abc$  равно  $3^5 \cdot 4^7$

Пример:  $a = 3^5 \cdot 4^7 \quad ab = 3^{11} 4^{11}$

$bc = 3^{18} 4^{16}$

$ac = 3^{21} 4^{38}$

$a = 3^{a_1} 4^{a_2}$   
 $b = 3^{b_1} 4^{b_2}$   
 $c = 3^{c_1} 4^{c_2}$

$\Rightarrow a_1 + b_1 = 11$   
 $a_2 + b_2 = 17$   
 $a_1 + c_1 = 21$

$\Rightarrow a_1 + c_1 = 11$   
 $b_1 + c_1 = 18$   
 $a_2 + c_2 = 21$   
 $b_2 + c_2 = 38$

$a_1 - a_2 = 7$   
 $b_1 - b_2 = 21$   
 $a_2 = 14$

$a_1 - a_2 = 7$   
 $a_2 = 14$   
 $\Rightarrow a_1 = 21$   
 $b_1 = 4$   
 $c_1 = 7$

с минимальными значениями переменных

но для системы 7; достаточно вычитать,  $(a_1 + b_1) + (b_1 + c_1) > a_1 + c_1$   
 (можно будет еще считать)

$\Rightarrow \text{т.е. } a_1 + b_1 + c_1 = 2 \cdot 21 + 4 + 7 = 48 \neq 76$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

цели  $\Rightarrow$  мин. сум. стоимость вагона  $7:98$ , и с. б. вагона  $38$  раз

$$a + b_1 = 20$$

$$b_1 + c_1 = 18$$

$$a_1 + c_1 = 38$$

$$b_1 = 0$$

$$\Rightarrow a_1 = 20$$

$$c_1 = 18$$

$$Q = 3^2 \cdot 7^2 \cdot a_1 = 3^2 \cdot 7^2 \cdot 20$$

$$b = 3^4 \cdot 7^0 = 3^4$$

$$c = 3^4 \cdot 7^1$$

$$2b = 3^{11} \cdot 7^{20} : 3^{11} \cdot 7^{11}$$

$$b_2 c = 3^{18} \cdot 7^{18} : 3^{18} \cdot 7^{18}$$

$$2c = 3^{11} \cdot 7^{38} : 3^{11} \cdot 7^{18}$$

$$abc = 3^{28} \cdot 7^{38}$$

(min)                      (min)

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~если  $a+b \equiv m$~~

~~$a^2 - 2ab + b^2 \equiv m$~~

~~$a \equiv -b$~~

~~$a^2 - 4ab \equiv -b^2 + 4ab$~~

~~$a^2 - 4ab = a(a-4b) = 5a^2$   
 $\equiv -4b$~~

~~$a(a-4b) \equiv b(4a-b) - b^2 + 4ab = b(4a-b) \equiv -3b^2$~~

~~$5a \equiv$~~

~~$\frac{a+b}{m} \equiv 100b$~~

~~$5a^2 \equiv -5b^2$~~

~~$a^2 \equiv b^2$   
 $\Rightarrow a \equiv -b$~~

~~$\Rightarrow$  если  $a+b \equiv m$~~

~~$a^2 - 8ab + b^2 \equiv m$~~

~~$\Rightarrow a \equiv -b$~~

~~$a^2 - 4ab \equiv 4ab - b^2$~~

~~$a^2 - 4ab \equiv 4ab - b^2$   
 $\equiv -a \equiv -4b$~~

~~$5a^2 \equiv -5b^2$~~

~~$a \equiv -b$~~

~~$a, b$  взаимно просты~~

~~$a^2 \equiv b^2$~~

~~$\Rightarrow$  если  $a \equiv a, 5a^2 \equiv -5a^2$~~

~~если  $a$  взаимно просто с  $m$ ,~~

~~то  $a$  взаимно просто с  $m$~~

~~если  $m \equiv 5$~~

~~$a \equiv -a$~~

~~то  $a \equiv 0$~~

~~$a \equiv b \equiv m$~~

~~$5a^2 \equiv -5a^2$~~

~~$10a^2 \equiv 0$~~

~~$10a^2 \equiv m$~~

~~если  $Q^2$  и  $m$  по  $\mathbb{Z}_m$  взаимно просты.~~

~~$a$  и  $m$  по  $\mathbb{Z}_m$  взаимно просты  $\Rightarrow a$  имеет обратный элемент~~

~~$a \equiv b \equiv m$~~

~~$b$  его тоже обратный элемент~~

~~$\Rightarrow$  если  $a, b$  по  $\mathbb{Z}_m$  взаимно просты  $\Rightarrow$~~

~~то  $a \equiv b \equiv m$~~

~~если  $a \equiv a, 5a^2 \equiv -5a^2$~~

~~$10a^2 \equiv 0$~~

~~$\frac{10}{9-49-168} = \frac{10}{-110} = -\frac{1}{11}$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x$$

$$a = 2x^2 - 3x + 4$$

$$b = 2x^2 + x + 3$$

$$a - b = 1 - 4x \Rightarrow$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

найдем мин. значения  $2x^2 - 3x + 4$

$$x_0 = \frac{3}{4}, y_0 = 2 \cdot \frac{9}{16} - \frac{9}{4} + 4 = \frac{18}{16} - \frac{36}{16} + 4 = \frac{46}{16}$$

найдем мин. значения  $2x^2 + x + 3$

$$x_0 = -\frac{1}{4}, y_0 = \frac{2}{16} - \frac{1}{4} + 3 = 3 - \frac{2}{16}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

$$\Rightarrow a - \sqrt{a} = b - \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1) = \sqrt{b}(\sqrt{b} - 1)$$

мысли  $a \neq b, a > b,$

$$\Rightarrow \sqrt{a} > \sqrt{b} > 0$$

$$\sqrt{a} - 1 > 0, \text{ т.е. } a > 1 \text{ (мин. } (2x^2 - 3x + 4) > 1)$$

$$\text{и } \sqrt{a} - 1 > \sqrt{b} - 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{a}(\sqrt{a} - 1) > \sqrt{b}(\sqrt{b} - 1)$$

т.к.  $b > a$ , все аналогично

$$\Rightarrow a = b \Rightarrow 1 - 4x = 0,$$

$$x = \frac{1}{4}$$

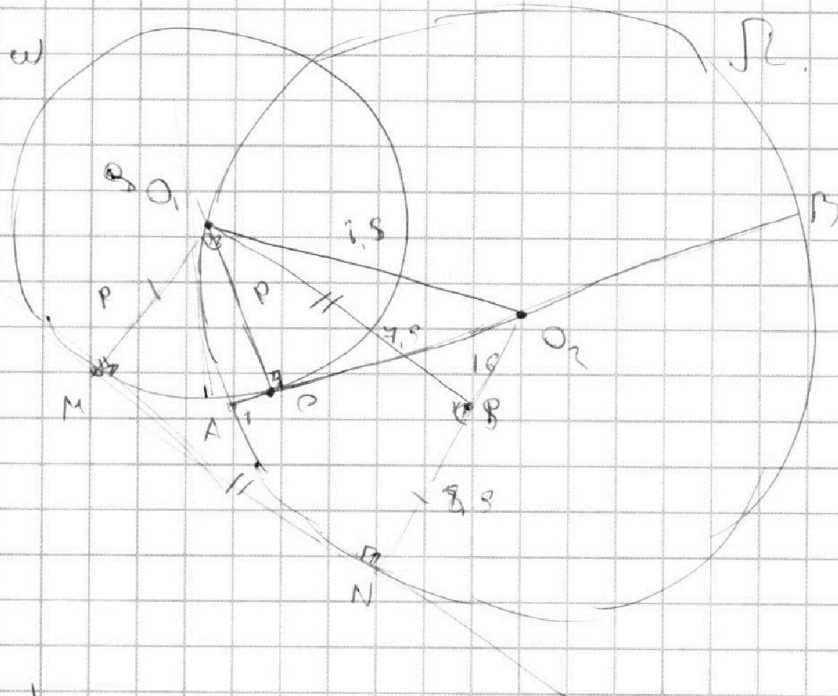
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$AC = 1$$

$$BC = 16$$

$$\Rightarrow AB = 17$$

$$\Rightarrow O_2A = O_2B = \frac{AB}{2} = 8,5$$

$$\Rightarrow O_2C = 7,5$$

$$O_1O_2 = R_2 = 3,5$$

находим общ. хор. окружн. и диаметры: MN

$$\text{мощь } P_2 - \text{рад. } \omega, \text{ расстояние от центра окружности: } O_1O_2 = \sqrt{R_1^2 - 7,5^2}$$

$$\Rightarrow R^2 = (8,5 - 7,5)(8,5 + 7,5) = 16 \Rightarrow R = 4$$

Опустим из O, перпендикуляр на MN, тогда OS = MN - (параллельно)

$$\Rightarrow O_1O_2 = 3,5, \quad O_1S = 3,5 - R = 20,4,5$$

$$\Rightarrow \text{по теор. Пифагора: } OS = \sqrt{O_1O_2^2 - O_1S^2} = \sqrt{3,5^2 - 4,5^2}$$

$$= \sqrt{16 - 16} = 0,5 = \sqrt{52} \quad \text{или } \sqrt{52}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N=95

Заметим, что если  $\lambda$  — брана

$x', y', z' = kx, ky, kz$ , ~~равенства~~ все равенства имеют не  
изменяются,

т.е.  $3kx + 2ky = k \cdot z$ , если  $3x + 2y = z$

$$\text{и } \frac{3}{kx} + \frac{2}{ky} = \frac{2}{kz} \Rightarrow \frac{3ky + 2kx}{k^2(xy)} = \frac{2}{kz} \Rightarrow \frac{3y + 2x}{kxy} = \frac{2}{kz}$$

если  $\Rightarrow \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{2}{z}$

$$3k^3x^3 - 4k^4y^4 - k^5z^5 = \frac{3x^3 - 4y^4 - z^5}{x^3 - 6y^4} \Rightarrow \text{при факторизации}$$

$$k^3x^3 - 6k^4y^4 = \frac{3x^3 - 4y^4 - z^5}{x^3 - 6y^4}$$

Весь процесс определительная  $k$ , ~~здесь~~ ~~имеет~~ ~~не~~ ~~изменяется~~  $\Rightarrow$

Б.О.О., ~~заметим~~ ~~max~~, ~~что~~  $z = 1$

$$3x + 2y = 1 \quad \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 2$$

$$y = \frac{1-3x}{2} \Rightarrow \frac{3}{x} + \frac{4 \cdot 2}{1-3x} = 2 \quad | \cdot x(1-3x)$$

$$3(1-3x) + 2 \cdot 2x = 2(1-3x) \cdot x$$

$$3 - 9x + 4x = 2x - 6x^2$$

$$6x^2 - 9x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$(x-1)(2x-1) = 0$$

$x=1$   $x=0,5$   $(2x+3y=1)$   
 $(y=0 \Rightarrow z=1)$   $1) x=1 \Rightarrow z=1 \quad y=-1$

$$\Rightarrow \frac{3x^3 - 4y^4 - z^5}{x^3 - 6y^4}$$

$$\frac{3x^3 - 4y^4 - z^5}{x^3 - 6y^4}$$

$$= \frac{3-1}{1} = 2$$

$$= \frac{3-4-1}{1-6} = \frac{-2}{-5} = \frac{2}{5}$$

$$2) x=0,5 \quad z=1 \Rightarrow y=-0,25$$

$$\frac{3x^3 - 4y^4 - z^5}{x^3 - 6y^4} = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} - 1 = \frac{-1}{2}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{6}{16} = \frac{-1}{8}$$

$\Rightarrow$  ~~лучше~~ ~~большее~~ ~~значение~~  $= \frac{2}{5}$   
 $\Rightarrow$  ~~для~~ ~~выбора~~  $\Rightarrow$   $(\max=4)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



пусть  $v_1$  - скорость велосипедиста (км/ч)

$v_2$  - скорость лыжника (км/ч)

$L$  - расстояние

$$\Rightarrow \frac{L}{v_1} - \frac{L}{v_2} = 2 \quad (1 \text{ час}) \quad | \cdot v_1 v_2 \quad L - \frac{v_1}{v_2} L = 2v_1$$

$$v_2 \frac{L}{v_1} - v_1 \frac{L}{v_2} = 96 \quad (2 \text{ часа})$$

$$L \frac{v_2}{v_1} - L = 2v_2 \quad \text{⊕}$$

$$\frac{L}{v_1+6} - \frac{L}{v_1-6} = 1,75 \quad (3 \text{ часа})$$

$$\frac{L v_2}{v_1} - \frac{L v_1}{v_2} = 2(v_1 + v_2) = 96$$

$$\Rightarrow v_1 + v_2 = 48$$

$$\Rightarrow v_2 = 48 - v_1$$

$$\frac{\frac{L}{v_1} - \frac{L}{48-v_1}}{\frac{L}{v_1+6} - \frac{L}{v_1-6}} = \frac{2}{1,75} = \frac{8}{7}$$

$$6 \cdot 540 = 3 \cdot 7$$

$$\frac{\frac{48-v_1}{v_1} - \frac{48-v_1}{48-v_1}}{\frac{48-v_1}{v_1+6} - \frac{48-v_1}{v_1-6}} = \frac{8}{7}$$

м.ф.  
 $v_1 \neq 24$   
(так как ск. лыжника  
известна)

$$\frac{L}{v_1} = \frac{L}{v_2} = 0$$

$$(v_1+6)(54-v_1) = 9 = v_1(48-v_1) \cdot 8$$

$$\Rightarrow (48v_1 + 324 - v_1^2) \cdot 8 = (48v_1 - v_1^2) \cdot 9$$

$$240v_1 + 1620 - 9v_1^2 = 384v_1 - 8v_1^2$$

$$3v_1^2 - 144v_1 + 1620 = 0$$

$$v_1^2 - 48v_1 + 540 = 0$$

$$(v_1-30)(v_1-18) = 0$$

$$\text{но } v_1 < 24, \text{ и } v_1 < v_2$$

$$\Rightarrow v_1 = 18$$

$$\Rightarrow \frac{L}{18} - \frac{L}{30} = 2 \quad | \cdot 540$$

$$30L - 18L = 540 \cdot 1080$$

$$12L = 540 \cdot 1080$$

$$\Rightarrow L = \frac{540 \cdot 1080}{12} = 48600 \text{ м}$$



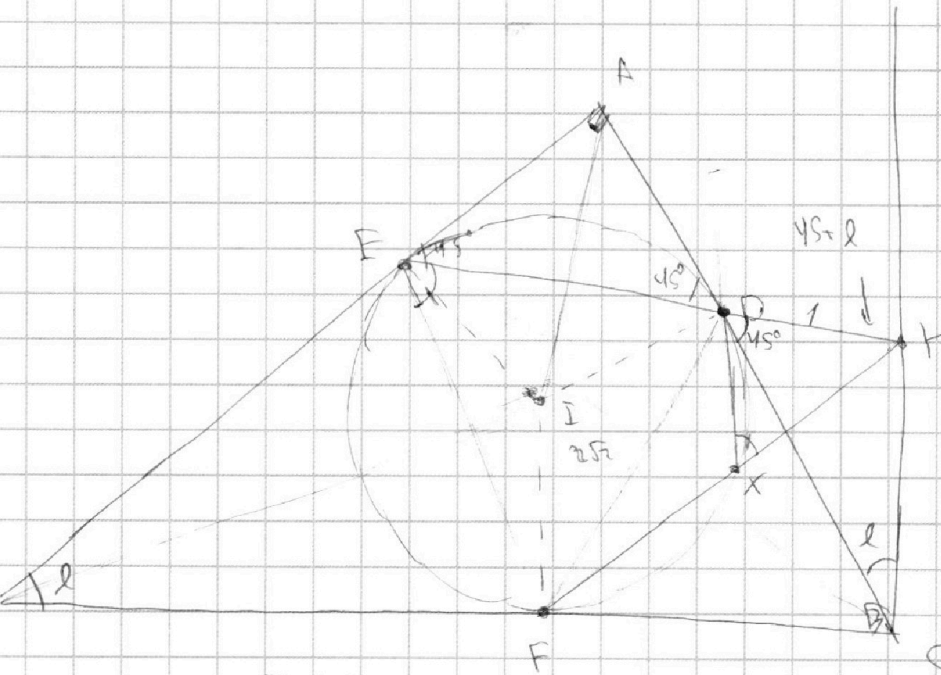
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



м.с. F, X, D, E лежат на 1 окружности,

$\triangle YDF$  и  $\triangle EXF$  - подобные;

$\Rightarrow$  если  $FX = \sqrt{2}XF$ ,  $FD = \sqrt{2}DF$

$\triangle AED$  - равнобедренный ( $I$  - центр вписанной окружности)

рассмотрим угол  $\angle YDF = 45^\circ$  ( $\angle DCF = \alpha = \angle ABC$ )

по теореме синусов в  $\triangle DCF$ ,

$$\frac{CF}{\sin 45^\circ} = \frac{DF}{\sin \alpha}$$

$$\Rightarrow DF = CF \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin 45^\circ} = CF \cdot \frac{\sin \alpha}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = CF \cdot 2 \sin \alpha$$

$DF =$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$N=5$

числ  $v_1$  - скорость автомобиля (км/ч)

$v_2$  - скорость мотоцикла (км/ч)

$L$  - расстояние (км)

$$\frac{L}{v_1} - \frac{L}{v_2} = 2 \quad (\text{на } 1 \text{ час})$$

$$\frac{L}{v_2} \cdot v_1 = \frac{L \cdot v_1}{v_1} \rightarrow v_2 \cdot \frac{L}{v_1} = v_1 + 8 \text{ км}$$

$$\Rightarrow \frac{v_2 L}{v_1} - \frac{v_1 L}{v_2} = 96$$

$$\frac{L}{v_1 + 8} - \frac{L}{v_2 + 8} = 1,25 \quad (\text{на } 9 \text{ км})$$

$$\begin{cases} \frac{v_2 L}{v_1} - \frac{v_1 L}{v_2} = 96 \\ \frac{L}{v_1} - \frac{L}{v_2} = 2 \\ \frac{L}{v_1 + 8} - \frac{L}{v_2 + 8} = 1,25 \end{cases}$$

$$\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} = \frac{2}{L}$$

$$\frac{1}{v_1 + 8} - \frac{1}{v_2 + 8} = \frac{1,25}{L}$$

$$\frac{5v_2 - 5v_1}{(v_1 + 8)(v_2 + 8)} = \frac{3v_2 - 3v_1}{(v_1 + 8)(v_2 + 8)}$$

$$\begin{aligned} L - \frac{L v_1}{v_2} &= 2 v_1 \\ \frac{L v_2}{v_1} - L &= 2 v_2 \\ \frac{L v_2}{v_1} - \frac{L v_1}{v_2} &= 2(v_1 + v_2) \\ \Rightarrow 2(v_1 + v_2) &= 96 \quad \boxed{v_1 + v_2 = 48} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_2 &= 48 - v_1 \\ \frac{L}{v_1} - \frac{L}{48 - v_1} &= 2 \\ \frac{L}{v_1 + 8} - \frac{L}{54 - v_1} &= 1,25 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{v_1} - \frac{1}{48 - v_1} = \frac{2}{L}$$

$$\frac{1}{v_1 + 8} - \frac{1}{54 - v_1} = \frac{1,25}{L}$$

$$\frac{48 - 2v_1}{v_1(48 - v_1)} = \frac{3}{L}$$

$$\frac{48 - 2v_1}{v_1(48 - v_1)} = \frac{3}{L}$$

$$\frac{48 - 2v_1}{v_1(48 - v_1)} = \frac{3}{L}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



кв. в.  $3x + 2y = z$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{z}{xy}$$

$$z = \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{z}{3x+2y}$$

меньше  $\left( \frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y} \right)$

3

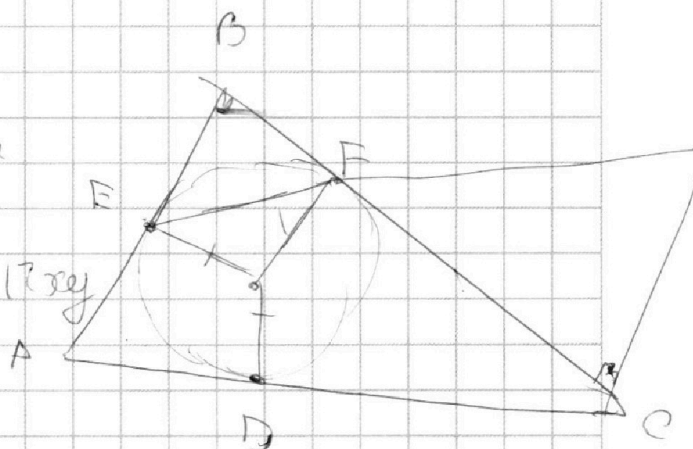
$$z^2 = (3x + 2y)^2$$

$$3x^2 + 4y^2 - (3x + 2y)^2$$

$$= 3x^2 + 4y^2 - 9x^2 - 12xy - 4y^2 = -6x^2 - 12xy - 8y^2$$

$$= -2(3x^2 + 6xy + 4y^2)$$

$$= \sqrt{96} (x - \sqrt{6}y)$$



$$\frac{3y + x}{xy} = \frac{z}{xy}$$

$$\Rightarrow z = \frac{zxy}{3y+x}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МОТИ**

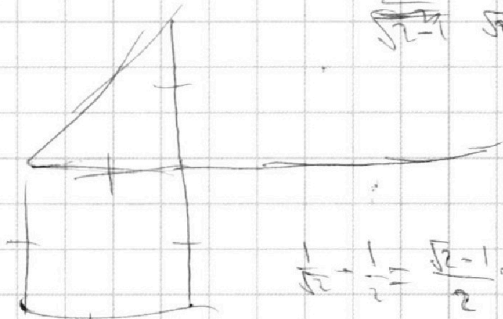
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3x + 2y = 2$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{2}$$

$$\frac{2}{\sqrt{2}-1} \cdot \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = \frac{2(\sqrt{2}+1)}{2-1} = 2\sqrt{2}+2$$



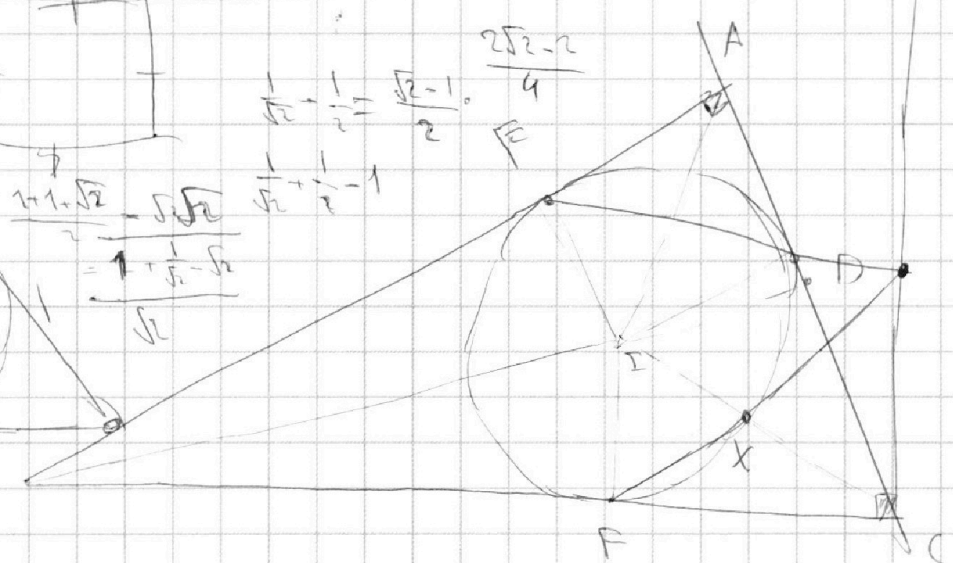
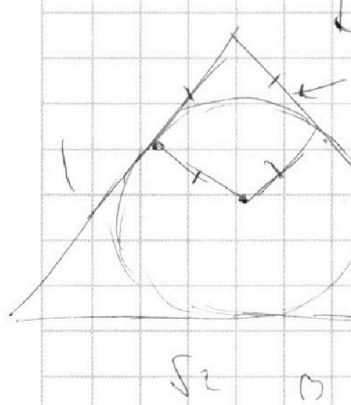
$$\frac{2+1+\sqrt{2}}{2} = \frac{3+\sqrt{2}}{2}$$

$$= 1 + \frac{1+\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}-1}{2}$$

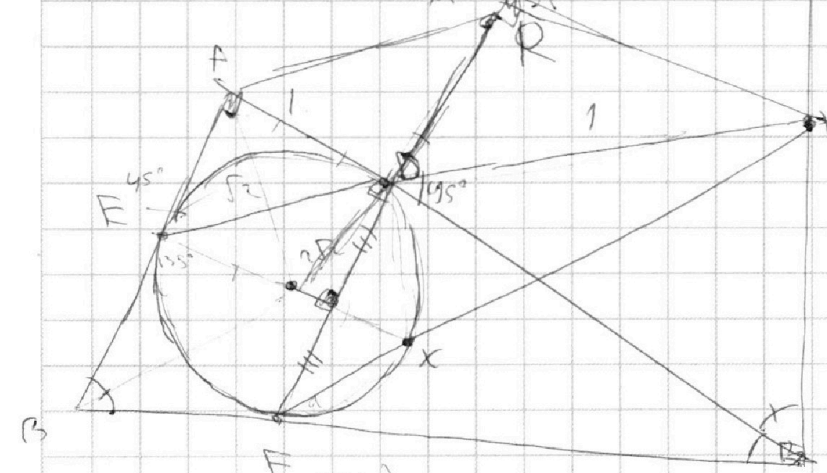
$$\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} = 1$$

$$\frac{2\sqrt{2}-2}{4}$$



$$360 - 135 - 90 - \theta = 135 - \theta$$

$$\frac{EX}{x} = \frac{DF}{2\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$



$$EX = 2\sqrt{2} \cdot x$$

$$\frac{DF}{\sin \theta} = \frac{CF}{\sin 45^\circ} = \sqrt{2} \cdot CF$$

$$DF = \sin \theta \cdot \sqrt{2} \cdot CF$$

$$\frac{2\sqrt{2} \cdot DF}{2\sqrt{2}} = \sin \theta \cdot CF$$

$$DF = \sin \theta \cdot CF$$

$$\frac{40^\circ}{2} = 90 - (90 - \theta)$$

$$= 45 - \frac{\theta}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3x + 2y = z$$

$$\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{z}{z}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{3x^2 - 6xy}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{4}{z}$$

$$2xy = z - 3x = \frac{k(z-y)}{k'x+y} \quad \frac{1}{10} + \frac{1}{6} = \frac{17}{2}$$

$$4y' = (z - 3x)^2$$

$$\frac{1}{z} + \frac{1}{z} = 1$$

$$x^2 + \frac{z}{2}(z - 3x)^2$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

$$z = \frac{2xy}{3x+y} = 3x+2y$$

$$2xy = (3x+2y)(3x+2y)$$

$$2xy = 9x^2 + 2y^2 + 6xy + 3xy$$

$$9x^2 + 2y^2 - 7xy = 0$$

$$\frac{1}{y} = \frac{7}{2} - \frac{3}{x}$$

$$y = \frac{xz}{2x-3z}$$

$$\begin{cases} 3x+2y=1 \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 2 \end{cases}$$

$$2xy = \frac{1-3x}{2}$$

$$\frac{3}{x} + \frac{2}{1-3x} = 2$$

$$2x(1-3x) + 2x = 2(1-3x)$$

$$3 - 9x + 2x = 2 - 6x \Rightarrow 6x^2 - 9x + 3 = 0$$

$$6x^2 - 9x + 3 = 0$$

$$2x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$y^2 - 3y + 2 = 0$$

$$(y-2)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten mathematical work on grid paper. The work includes several algebraic derivations and calculations:

- Top section:** Calculations involving  $\frac{48-17}{2} = 15.5$  and  $\frac{47 \pm \sqrt{144}}{2}$ . A quadratic equation  $2x^2 - 3x + 4 = 0$  is solved using the discriminant  $D = 9 - 32 = -23$ . The roots are  $x = \frac{3 \pm \sqrt{-23}}{4}$ .
- Middle section:** A system of equations is solved. One equation is  $y^2 - 3y + 8 = 0$ . Another is  $y' - y + 6 = 0$ . The solution involves  $y = 6$  and  $x = 4$ .
- Bottom section:** A quadratic equation  $2x^2 - 4x = 0$  is solved, yielding  $x = 0$  or  $x = 2$ . There are also calculations for  $36 - 8 \cdot 6 + 16 = 16$  and  $1 - 4x = a$ .
- Final part:** A boxed calculation shows  $\sqrt{480 + 540} = \sqrt{1020}$  and  $\sqrt{460 + 24} = \sqrt{484} = 22$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$t = 213 \quad 1 + 135^2 = 8^2$$

$$\frac{1}{2} + 2x^2 - x = a^2$$

$$3x + 2y = z$$

$$\frac{3}{2x} + \frac{1}{y} = \frac{z}{z}$$

$$a^2 - 2x + \sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b \quad \mu: a$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = \frac{a-b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \quad \text{при } a \neq b$$

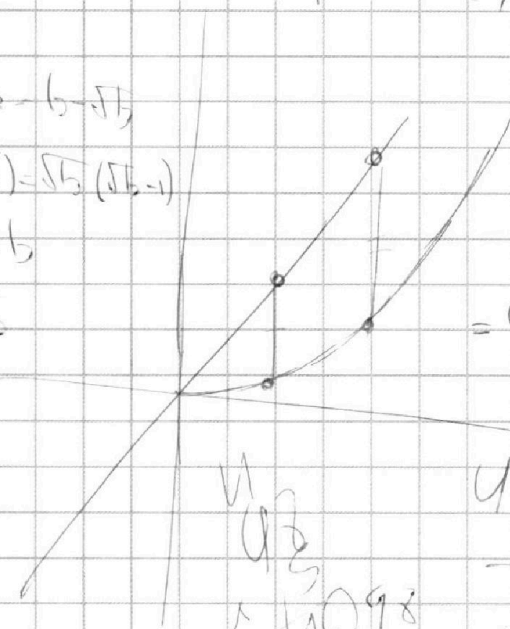
$$\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2}$$

$$a - \sqrt{a} - b + \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a}(\sqrt{a}-1) = \sqrt{b}(\sqrt{b}-1)$$

при  $a > b$

$$\sqrt{b} > \sqrt{b}$$



$$\frac{1}{x} - \frac{1}{48-x} = \frac{1}{8}$$

$$= 48 - x - x$$

$$48 - 2x = 8$$

$$40 = 2x$$

$$x = 20$$

$$L - \frac{L v_1}{v_2} = 2 v_1$$

$$L v_2 - L = 2 v_2 S v_1$$

$$\Rightarrow \left( \frac{v_2}{v_1} - L \frac{v_1}{v_2} = 2(v_1 + v_2) \right)$$

$$v_1 + v_2 = 48$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{48-x} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{x+6} - \frac{1}{54-x}$$

$$\frac{8(54-x) - 52x}{(x+6)(54-x)}$$

-13  
-12

$$2x^2 - 3x + 4$$

$$x = b = 48x$$

$$\Rightarrow x_0 = \frac{3}{4}$$

$$y_0 = 2 \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{2} = \frac{9}{4} + 4$$

$$\frac{13}{16} + \frac{8}{4} + 4$$

$$2x^2 + x + 3$$

$$\text{при } x = -\frac{1}{4}$$

$$\frac{8(54-x) - 52x}{(x+6)(54-x)}$$

$$\frac{1}{x+6} - \frac{1}{54-x}$$

$$\frac{8(54-x) - 52x}{(x+6)(54-x)}$$