



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 13



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4} - \sqrt{2x^2+x+3} = 1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC = 1$ и $BC = 16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$3x + 2y = z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже ~~велосипедиста~~ ^{мотоциклиста}. Найдите расстояние между A и B .

7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX = 2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD : DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$ab \geq 3^{11} 4^{11} \quad ; 3^{11} 4^{11}$
 $bc \geq 3^{18} 4^{16} \quad ; 3^{18} 4^{16}$
 $ac \geq 3^{21} 4^{38} \quad ; 3^{21} 4^{38}$
 $\Rightarrow ab \cdot bc \cdot ac \geq 3^{50} 4^{7} \Rightarrow$ система неравенств $3, 6 a^2 b^2 c^2$
 $\geq 11 \cdot 18 + 21 = 50, \Rightarrow \forall abc \quad 50 : 2 = 25$
 система $3, 4 ; \geq 11 + 18 + 38 = 67$, м.б. $a^2 b^2 c^2$ - квадрат;
 $2 \cdot 25 = 50 \geq 66$
 $\Rightarrow \forall abc \geq 33$

мыслим abc числа $3^{25} \cdot 4^{33}$

Пример: $a = 3^7$ $ab = 3^{11} 4^{11}$

$bc = 3^{18} 4^{16}$

$ac = 3^{21} 4^{38}$

\Rightarrow пусть $a = 3^{a_1} 4^{a_2}$ $b = 3^{b_1} 4^{b_2}$ $c = 3^{c_1} 4^{c_2}$
 $\Rightarrow \begin{cases} a_1 + b_1 = 11 \\ a_2 + b_2 = 11 \\ b_1 + c_1 = 18 \\ b_2 + c_2 = 16 \\ a_1 + c_1 = 21 \\ a_2 + c_2 = 38 \end{cases}$
 $\Rightarrow \begin{cases} a_1 = 4 \\ a_2 = 7 \\ b_1 = 7 \\ b_2 = 4 \\ c_1 = 14 \\ c_2 = 11 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} a_1 = 4 \\ a_2 = 7 \\ b_1 = 7 \\ b_2 = 4 \\ c_1 = 14 \\ c_2 = 11 \end{cases}$

с помощью системы линейных уравнений

но для системы 7 достаточно проверить, $(a_1 + b_1) + (b_1 + c_1) > a_1 + c_1$
 (можно будет стр. системы)

\Rightarrow м.б. $a_1 + b_1 + c_1 = 2 \cdot 7 > 14 = a_1 + c_1$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

цели \Rightarrow мин. см. восторженно a, b, c $7: 98$, и с. b c восторженно 98 раз

$$a + b = 20$$

$$b + c = 18$$

$$a + c = 38$$

$$b = 0$$

$$\Rightarrow a = 20$$

$$c = 18$$

$$a = 3^2 \cdot 5^1 \cdot 7^1 = 3^2 \cdot 7^1 \cdot 20$$

$$b = 3^4 \cdot 7^0 = 3^4$$

$$c = 3^1 \cdot 7^3$$

$$ab = 3^{11} \cdot 7^{20} : 3^{11} \cdot 7^{11}$$

$$bc = 3^{18} \cdot 7^{18} : 3^{18} \cdot 7^{18}$$

$$ac = 3^{21} \cdot 7^{38} : 3^{21} \cdot 7^{38}$$

$$abc = 3^{28} \cdot 7^{38}$$

(min) (min)

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~если $a+b \equiv m$~~

~~$a^2 - 2ab + b^2 \equiv m$~~

~~$a \equiv -b$~~

~~$a^2 - 4ab \equiv -b^2 + 4ab$~~

~~$a^2 - 4ab = a(a-4b) = 5a^2$
 $\equiv -4b$~~

~~$a(a-4b) \equiv b(4a-b) - b^2 + 4ab = b(4a-b) \equiv -3b^2$~~

~~$5a \equiv$~~

~~$\frac{a+b}{m} \equiv 100b$~~

~~$5a^2 \equiv -5b^2$~~

~~$a^2 \equiv b^2$~~

~~$\Rightarrow a \equiv -b$~~

~~\Rightarrow если $a+b \equiv m$~~

~~$a^2 - 8ab + b^2 \equiv m$~~

~~$\Rightarrow a \equiv -b$~~

~~$a^2 - 4ab \equiv 4ab - b^2$~~

~~$a^2 - 4ab \equiv 4ab - b^2$
 $\equiv -a \equiv -4b$~~

~~$5a^2 \equiv -5b^2$~~

~~$a \equiv -b$~~

~~a, b взаимно просты~~

~~$a^2 \equiv b^2$~~

~~\Rightarrow если $a \equiv a, 5a^2 \equiv -5a^2$~~

~~если a взаимно просто с m ,~~

~~то a взаимно просто с m~~

~~если $m \equiv 5$~~

~~$a \equiv -a$~~

~~то $a^2 \equiv 0$~~

~~$\Rightarrow a \equiv b \equiv m$~~

~~$5a^2 \equiv -5a^2$~~

~~$10a^2 \equiv 0$~~

~~$10a^2 \equiv m$~~

~~если Q^2 и m по \mathbb{Z}_m взаимно просты.~~

~~a и m по \mathbb{Z}_m взаимно просты. $\Rightarrow a$ имеет обратный элемент по \mathbb{Z}_m~~

~~$a \equiv b \equiv m$~~

~~\Rightarrow если a, b по \mathbb{Z}_m взаимно просты \Rightarrow~~

~~то $a^2 \equiv b^2 \equiv m \Rightarrow 10 \equiv m$~~

~~если a взаимно просто с m и $m \leq 10$~~

~~то $a^2 \equiv b^2 \equiv m$ пример: $a=3, b=7$~~

~~$\frac{10}{9-49-168} = \frac{10}{-110} = -\frac{1}{11}$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x$$

$$a = 2x^2 - 3x + 4$$

$$b = 2x^2 + x + 3$$

$$a - b = 1 - 4x \Rightarrow$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

найдем мин. значения $2x^2 - 3x + 4$

$$x_0 = \frac{3}{4}, y_0 = 2 \cdot \frac{9}{16} - \frac{9}{4} + 4 = \frac{18}{16} - \frac{36}{16} + 4 = \frac{46}{16}$$

найдем мин. значения $2x^2 + x + 3$

$$x_0 = -\frac{1}{4}, y_0 = \frac{2}{16} - \frac{1}{4} + 3 = 3 - \frac{2}{16}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

$$\Rightarrow a - \sqrt{a} = b - \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1) = \sqrt{b}(\sqrt{b} - 1)$$

мысли $a \neq b, a > b,$

$$\Rightarrow \sqrt{a} > \sqrt{b} > 0$$

$$\sqrt{a} - 1 > 0, \text{ т.е. } a > 1 \text{ (мин. } (2x^2 - 3x + 4) > 1)$$

$$\text{и } \sqrt{a} - 1 > \sqrt{b} - 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{a}(\sqrt{a} - 1) > \sqrt{b}(\sqrt{b} - 1)$$

т.к. $b > a$, все аналогично

$$\Rightarrow a = b \Rightarrow 1 - 4x = 0,$$

$$x = \frac{1}{4}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N=95

Заметим, что если λ — брана

$x', y', z' = kx, ky, kz$, ~~равенства~~ все равенства имеют не
изменяется,

т.е. $3kx + 2ky = kz$, если $3x + 2y = z$

$$\text{и } \frac{3}{kx} + \frac{2}{ky} = \frac{2}{kz} \Rightarrow \frac{3ky + 2kx}{k^2(xy)} = \frac{2}{kz} \Rightarrow \frac{3y + 2x}{kxy} = \frac{2}{kz}$$

если $\Rightarrow \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{2}{z}$

$$3k^3x^3 - 4k^3y^3 - k^3z^3 = 3x^3 - 4y^3 - z^3 \Rightarrow \text{при делении на } k^3$$

$$3x^3 - 4y^3 - z^3 = \frac{3x^3 - 4y^3 - z^3}{x^3 - 6y^3} \Rightarrow \text{при делении на } x^3$$

Весь процесс определится на k , ~~это~~ ~~мы~~ ~~не~~ ~~можем~~ ~~сделать~~ \Rightarrow

Будем считать, что $z=1$

$$3x + 2y = 1 \quad \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 2$$

$$y = \frac{1-3x}{2} \Rightarrow \frac{3}{x} + \frac{4}{1-3x} = 2 \quad | \cdot x(1-3x)$$

$$3(1-3x) + 2x = 2(1-3x)x$$

$$3 - 9x + 2x = 2x - 6x^2$$

$$8x^2 - 7x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$(x-1)(2x-1) = 0$$

$x=1$ $x=0,5$ $(2x+3y=1)$
 $(y=0 \Rightarrow z=1)$ $1) x=1 \Rightarrow z=1 \quad y=-1$

$$\Rightarrow \frac{3x^3 - 4y^3 - z^3}{x^3 - 6y^3}$$

$$\frac{3x^3 - 4y^3 - z^3}{x^3 - 6y^3}$$

$$= \frac{3-1}{1} = 2$$

$$= \frac{3-4-1}{1-6} = \frac{-2}{-5} = \frac{2}{5}$$

$2) x=0,5 \quad z=1 \Rightarrow y=-0,25$

$$\frac{3x^3 - 4y^3 - z^3}{x^3 - 6y^3} = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} - 1 = \frac{-1}{2}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{6}{16} = \frac{-1}{8}$$

\Rightarrow лучше будет меньше или $= 4$
 \Rightarrow для вопроса \Rightarrow (max=4)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

пусть v_1 - скорость велосипедиста (км/ч)

v_2 - скорость лыжника (км/ч)

L - расстояние

$$\Rightarrow \frac{L}{v_1} - \frac{L}{v_2} = 2 \quad (1 \text{ час}) \quad | \cdot v_1 v_2 \quad L - \frac{v_1}{v_2} L = 2v_1$$

$$v_2 \frac{L}{v_1} - v_1 \frac{L}{v_2} = 96 \quad (2 \text{ часа})$$

$$L \frac{v_2}{v_1} - L = 2v_2 \quad \textcircled{+}$$

$$\frac{L}{v_1+6} - \frac{L}{v_1-6} = 1,75 \quad (3 \text{ часа})$$

$$\frac{L v_2}{v_1} - \frac{L v_1}{v_2} = 2(v_1 + v_2) = 96$$

$$\Rightarrow v_1 + v_2 = 48$$

$$\Rightarrow v_2 = 48 - v_1$$

$$\frac{\frac{L}{v_1} - \frac{L}{48-v_1}}{\frac{L}{v_1+6} - \frac{L}{v_1-6}} = \frac{2}{1,75} = \frac{8}{7}$$

$$6 \cdot 540 = 3 \cdot 7$$

$$\frac{\frac{48-v_1}{v_1} - \frac{48-v_1}{48-v_1}}{\frac{48-v_1}{v_1+6} - \frac{48-v_1}{v_1-6}} = \frac{8}{7}$$

м.ф.
 $v_1 \neq 24$
(если бы совпало бы
знаменатель и

$$\frac{L}{v_1} = \frac{L}{v_2} = 0$$

$$(v_1+6)(54-v_1) \cdot 8 = v_1(48-v_1) \cdot 7$$

$$8(48v_1 + 324 - v_1^2) = 7(48v_1 - v_1^2)$$

$$240v_1 + 1620 - 8v_1^2 = 336v_1 - 7v_1^2$$

$$3v_1^2 - 144v_1 + 1620 = 0$$

$$v_1^2 - 48v_1 + 540 = 0$$

$$(v_1-30)(v_1-18) = 0$$

$$\text{но } v_1 < 24, \text{ и } \text{н.д. } v_1 < v_2$$

$$\Rightarrow v_1 = 18$$

$$\Rightarrow \frac{L}{18} - \frac{L}{30} = 2 \quad | \cdot 540$$

$$30L - 18L = 540 \cdot 1080$$

$$12L = 540 \cdot 1080$$

$$\Rightarrow L = \frac{540 \cdot 1080}{12} = 48600 \text{ м}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$N=5$$

числ v_1 - скорость автомобиля (км/ч)

v_2 - скорость мотоцикла (км/ч)

L - расстояние (км)

$$\frac{L}{v_1} - \frac{L}{v_2} = 2 \quad (\text{на } 1 \text{ час})$$

$$\frac{L}{v_2} \cdot v_1 = \frac{L \cdot v_1}{v_1} \rightarrow v_2 \cdot \frac{L}{v_1} = v_1 + 8 \text{ км}$$

$$\Rightarrow \frac{v_2 L}{v_1} - \frac{v_1 L}{v_2} = 96$$

$$\frac{L}{v_1 + 8} - \frac{L}{v_2 + 8} = 1,25 \quad (\text{на } 9 \text{ км})$$

$$\frac{v_2 L}{v_1} - \frac{v_1 L}{v_2} = 96$$

$$\frac{L}{v_1} - \frac{L}{v_2} = 2 \quad \textcircled{1}$$

$$\frac{L}{v_1 + 8} - \frac{L}{v_2 + 8} = 1,25 \quad \textcircled{2}$$

$$\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} = \frac{2}{L}$$

$$\frac{1}{v_1 + 8} - \frac{1}{v_2 + 8} = \frac{1,25}{L}$$

$$\frac{5v_2 - 5v_1}{(v_1 + 8)(v_2 + 8)} = \frac{3v_2 - 3v_1}{(v_1 + 8)(v_2 + 8)}$$

$$L - \frac{L v_1}{v_2} = 2 v_1 \quad \textcircled{1}$$

$$\frac{L v_2}{v_1} - L = 2 v_2$$

$$L \frac{v_2}{v_1} - \frac{L v_1}{v_2} = 2(v_1 + v_2)$$

$$\Rightarrow 2(v_1 + v_2) = 96 \quad \boxed{v_1 + v_2 = 48}$$

$$v_2 = 48 - v_1$$

$$\frac{L}{v_1} - \frac{L}{48 - v_1} = 2$$

$$\frac{L}{v_1 + 8} - \frac{L}{54 - v_1} = 1,25 \quad \textcircled{2}$$

$$\frac{48 - 2v_1}{v_1(48 - v_1)} = \frac{8}{L}$$

$$\frac{1}{v_1 + 8} - \frac{1}{54 - v_1} = \frac{1}{8L}$$

$$\frac{v_1 - 48 \cdot 54}{v_1(54 - v_1)} = \frac{8}{L}$$

$$\frac{48 - 2v_1}{v_1(48 - v_1)} = \frac{8}{L}$$

$$\frac{48 - 2v_1}{54 - v_1} = \frac{8}{54 - v_1}$$

$$(v_1 + 8)(54 - v_1)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



кв. в. $3x + 2y = z$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{z}{xy}$$

$$z = \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{z}{3x+2y}$$

масштаб $\left(\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y} \right)$

3

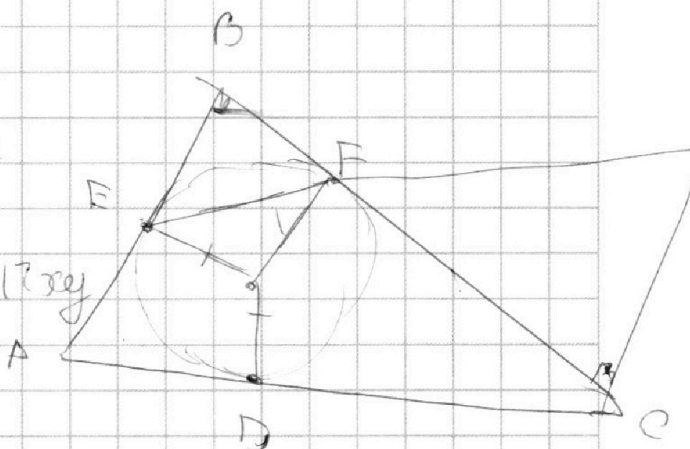
$$z^2 = (3x + 2y)^2$$

$$3x^2 + 4y^2 - (3x + 2y)^2$$

$$= 3x^2 + 4y^2 - 9x^2 - 12xy - 4y^2 = -6x^2 - 12xy - 8y^2$$

$$= -2(3x^2 + 6xy + 4y^2)$$

$$= \sqrt{96} (x - \sqrt{6}y)$$



$$\frac{3y + x}{xy} = \frac{z}{xy}$$

$$\Rightarrow z = \frac{zxy}{3y+x}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МОТИ

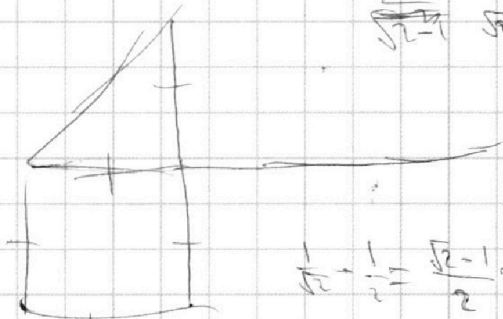
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3x + 2y = 2$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{\sqrt{2}-1} \cdot \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = \frac{2(\sqrt{2}+1)}{2-1} = 2\sqrt{2}+2$$

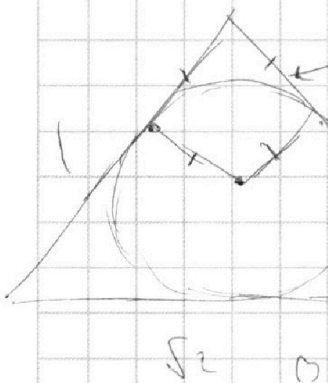


$$\frac{2\sqrt{2}-2}{4}$$

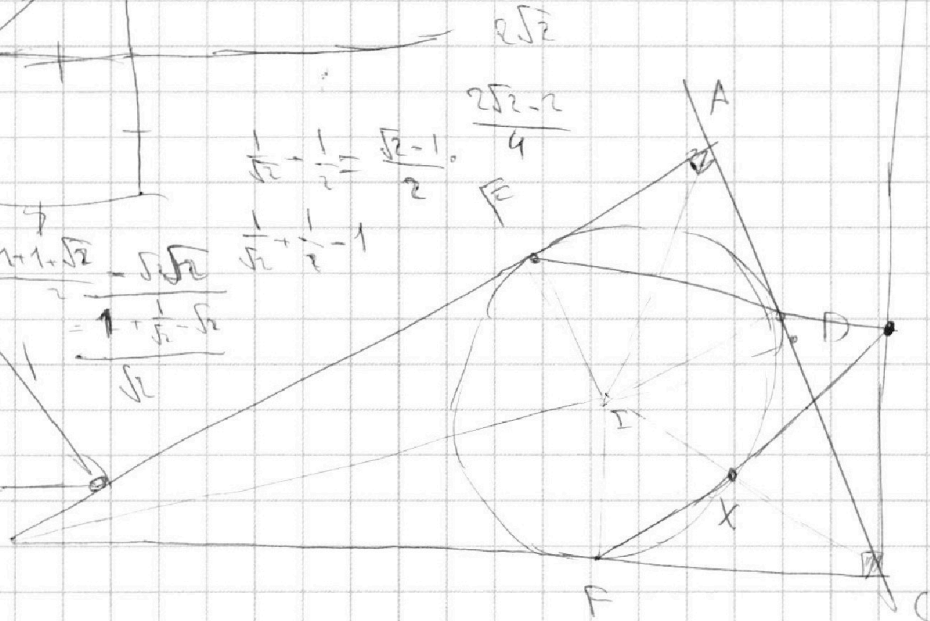
$$\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}-1}{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} = 1$$

$$\frac{2+1\cdot\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} - 1$$

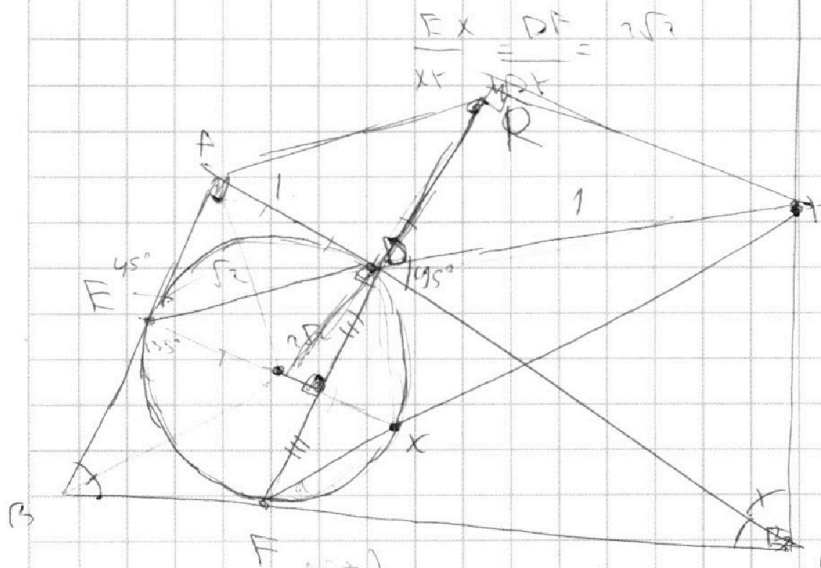


$\sqrt{2}$ B



$$360 - 135 - 90 - \theta = 135 - \theta$$

$$\frac{EX}{x} = \frac{DF}{2\sqrt{2}}$$



$$EX = 2\sqrt{2} \cdot x$$

$$\frac{DF}{\sin \theta} = \frac{CF}{\sin 45^\circ} = \sqrt{2} \cdot CF$$

$$DF = \sin \theta \cdot \sqrt{2} \cdot CF$$

$$\frac{DF}{2\sqrt{2}} = \sin \theta \cdot CF$$

$$DF = 4 \sin \theta \cdot CF$$

$$\frac{40^\circ}{2} = 90 - (90 - \theta)$$

$$= 45 - \frac{\theta}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3x + 2y = z$$

$$\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{z}{z}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$$

$$3x^2 - 4y^2 = z^2$$

$$\frac{3x^2 - 4y^2}{3x^2 - 6xy}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{ky} = \frac{4}{z}$$

$$2xy = z - 3x = \frac{k(z-y)}{k'x+y}$$

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{6} = \frac{1}{z}$$

$$4y^2 = (z - 3x)^2$$

$$\frac{1}{z} + \frac{1}{z} = 1$$

$$x^2 + \frac{z}{2}(z - 3x)^2$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

$$z = \frac{2xy}{3x+y} = 3x+2y$$

$$\begin{cases} 3x+2y=1 \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 2 \end{cases}$$

$$2xy = (3x+2y)(3x+2y)$$

$$\begin{cases} 2xy = \frac{1-3x}{2} \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{1-3x} = 2 \end{cases}$$

$$2xy = 9x^2 + 2y^2 + 6xy + 3xy$$

$$9x^2 + 2y^2 - 7xy = 0$$

$$\begin{cases} 2x(1-3x) + 2x = 2(1-3x) \\ 3 - 9x + 2x = 2(1-3x) \\ 6x^2 - 9x + 3 = 0 \\ 2x^2 - 3x + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{z} - \frac{3}{2x}$$

$$y = \frac{xz}{2x-3z}$$

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$y^2 - 3y + 2 = 0$$

$$(y-2)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten mathematical work on grid paper. The work includes several algebraic derivations and calculations:

- Top left:** Calculations involving $\frac{48-17}{2} = 15.5$ and $\frac{47 \pm \sqrt{144}}{2}$.
- Top right:** A quadratic equation $2x^2 - 3x + 4 = 0$ is solved using the discriminant $D = 9 - 32 = -23$. The roots are $x = \frac{3 \pm \sqrt{-23}}{4}$.
- Middle left:** A system of equations is solved: $y^2 = 3y + 8$ and $y' = y + 6$. The solution leads to $y = 8$ and $x = 6$.
- Middle right:** A quadratic equation $2x^2 - 3x + 4 = 0$ is solved again, leading to $x = 1 - 4$ and $x = 3$.
- Bottom left:** A quadratic equation $2x^2 - 4x = 0$ is solved, leading to $x = 0$ and $x = 2$.
- Bottom right:** A quadratic equation $2x^2 - 3x + 4 = 0$ is solved, leading to $x = 1$ and $x = 2$.

The work is filled with various annotations, including numbers like 18, 30, 36, 48, 54, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120, 130, 140, 150, 160, 170, 180, 190, 200, 210, 220, 230, 240, 250, 260, 270, 280, 290, 300, 310, 320, 330, 340, 350, 360, 370, 380, 390, 400, 410, 420, 430, 440, 450, 460, 470, 480, 490, 500, 510, 520, 530, 540, 550, 560, 570, 580, 590, 600, 610, 620, 630, 640, 650, 660, 670, 680, 690, 700, 710, 720, 730, 740, 750, 760, 770, 780, 790, 800, 810, 820, 830, 840, 850, 860, 870, 880, 890, 900, 910, 920.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$t = 2139 \quad 1 + 135^2 = 87^2$$

$$\frac{1}{2} + 2x^2 - x = a^2$$

$$3x + 2y = z$$

$$\frac{3}{2x} + \frac{1}{y} = \frac{z}{z}$$

$$a^2 - 2x + \sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b \quad \mu: a$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = \frac{a-b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \quad \text{при } a \neq b$$

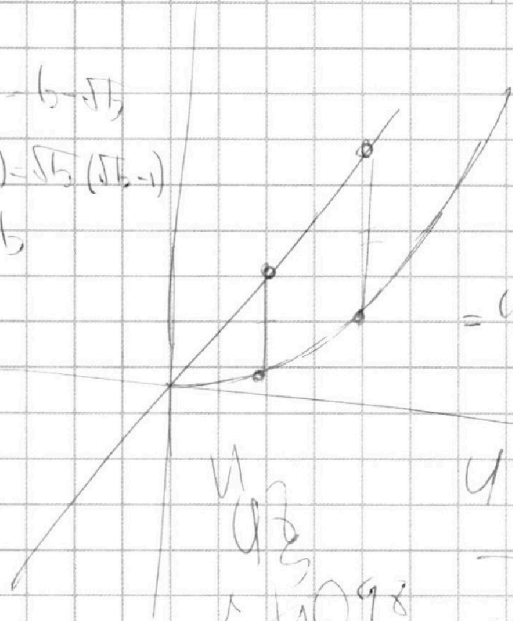
$$\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2}$$

$$a - \sqrt{a} - b + \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a}(\sqrt{a}-1) = \sqrt{b}(\sqrt{b}-1)$$

при $a > b$

$$\sqrt{b} > \sqrt{b}$$



$$\frac{1}{x} - \frac{1}{48-x}$$

$$= 48 - x - x$$

$$\frac{24}{24} \cdot \frac{4}{4} = \frac{48}{24} \cdot \frac{4}{4}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{b}-1} = \frac{1}{\sqrt{a}+1} - \frac{1}{\sqrt{b}+1}$$

-13
-12

$$2x^2 - 3x + 4$$

$$\frac{S(48-x) - 5x}{x(48-x)}$$

$$\frac{L\sqrt{2} - L}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}S\sqrt{2}$$

$$a = b = 48$$

$$x_0 = \frac{3}{4}$$

$$2x^2 + x + 3$$

$$\text{при } x = -\frac{1}{4}$$

$$y_0 = 2 \cdot \frac{9}{16} - \frac{9}{4} + 4$$

$$= \frac{18}{16} - \frac{9}{4} + 4$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2(\sqrt{2} + \sqrt{2}) \right)$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{48-x} = \frac{8}{5}$$

$$\frac{1}{x+6} - \frac{1}{54-x}$$

$$\frac{S(48-x) - 5x}{x(48-x)}$$

$$\frac{S(54-x) - 8x}{(x+6)(54-x)}$$