



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^8 3^{14} 5^{12}$ ,  $bc$  делится на  $2^{12} 3^{20} 5^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{14} 3^{21} 5^{39}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $BC$  в точке  $B$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $F$ , а катет  $AC$  – в точке  $E$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AD : DB = 5 : 2$ . Найдите отношение площади треугольника  $ABC$  к площади треугольника  $CEF$ .
3. [4 балла] Решите уравнение  $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$ .

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-16;80)$ ,  $Q(2;80)$  и  $R(18;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$ .
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 100,  $SA = BC = 16$ .
  - а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .
  - б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 4$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$n1 \quad ab : 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}; \quad bc : 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17}; \quad ac : 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{33};$$

$$\Rightarrow ab \cdot bc \cdot ac = a^2 b^2 c^2 : 2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68}; \quad \text{Поэтому } abc : \sqrt{2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68}};$$

- поскольку  $a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 = (abc)^2$ ,  $\Rightarrow$  все его делители - также квадраты;

Значит,  $abc : 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{34}$ ; - в силу натуральности  $a, b, c$  берём большую степень для тройки;

Подберём степени "2", "3", "5" для  $a, b, c$ ;

Для "2": р.н.  $bc : 2^{12}$ ,  $ac : 2^{14}$ ,  $ab : 2^8$ ,  $\Rightarrow$

$$\frac{ac}{bc} : \frac{2^{14}}{2^{12}} = 2^2; \Rightarrow \frac{a}{b} : 2^2; \quad \text{Пусть пусть } b : 2^x, \Rightarrow a : 2^{x+2};$$

$$\Rightarrow ab : 2^{2x+2} \geq 2^8; \quad (\text{из-за того, что } ab : 2^8), \Rightarrow x \geq 3;$$

$$\text{Тогда } x_{\min} = 3 \Rightarrow \text{при } x_{\min}: a : 2^5, b : 2^3, c : 2^3;$$

Для "3" проделаем аналогичные действия:

$$bc : 3^{20}, \quad ac : 3^{21}, \Rightarrow \frac{a}{b} : 3^1; \quad \text{Пусть } b : 3^y, \Rightarrow a : 3^{y+1}$$
$$\Rightarrow ab : 3^{2y+1} \geq 3^{14}, \Rightarrow y \geq \frac{13}{2} - \text{в силу натуральности } a, b, c \text{ возьмём}$$
$$y = 7; \Rightarrow a : 3^8, b : 3^7, \Rightarrow c : 3^{13};$$

Аналогично для "5": Пусть  $b : 5^z, \Rightarrow a : 5^{2z+2}$ ;  $ab : 5^{2z+12} \geq 5^{12}$ ;  
 $\Rightarrow z \geq 0$ ; Возьмём  $z_{\min} = 0$ ;  $b : 5^0 = 1$ ,  $a : 5^{12}$ ,  $\Rightarrow c : 5^{27}$ ;

$$\text{Значит, } a : 2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{12}, \quad b : 2^3 \cdot 3^7 \cdot 5^0, \quad c : 2^3 \cdot 3^{13} \cdot 5^{27};$$

$$\Rightarrow \text{для минимизации пусть } a = 2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{12}, \quad b = 2^3 \cdot 3^7 \cdot 5^0, \quad c = 2^3 \cdot 3^{13} \cdot 5^{27}$$

$$\Rightarrow abc = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}; \quad (\text{это делится на } 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{34});$$

$$\text{Ответ: } abc_{\min} = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39};$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

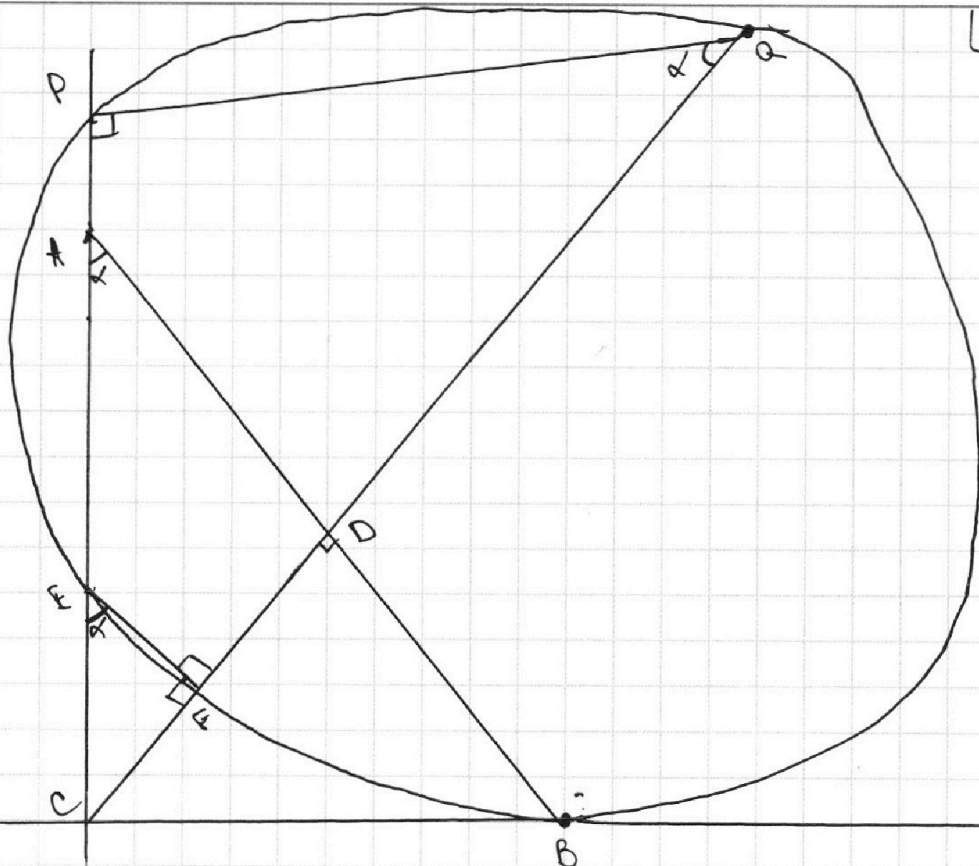
1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



стр. 1 решение



1. ~~AB~~  $CD^2 = AD \cdot BD = 10t^2$  - при  $BD = 2t, AD = 5t$ ;

$CD = t\sqrt{10}$ ;

$AC = t\sqrt{35} = \frac{\sqrt{AB \cdot AD}}{AD}$ ,  $BC = 4\sqrt{14} = \sqrt{AB \cdot BD}$ ;

2. Пусть  $\angle A = \alpha$ ,  $\Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{14}}{7}$ ;  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{35}}{7}$ ;  $\tan \alpha = \sqrt{\frac{2}{5}}$ ;

$\frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = \frac{S_{ABE}}{S_{ACD}} \cdot \frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \left(\frac{10t}{\sqrt{35}t}\right)^2 \cdot \frac{EF^2}{AD^2} = \frac{20}{7} \cdot \left(\frac{EF}{AD}\right)^2$ ;

Пусть  $EF = 5z$ ,  $\Rightarrow \frac{EF}{AD} = \frac{z}{t}$ ;

3. Продлим CA до перес. с окруж. в  $MP$ , CD до перес. с окр. в  $MQ$ ;

т.к.  $\angle EPD = 90^\circ$ , ~~и~~ четырехг.  $EPDQ$  - вписанный,  $\Rightarrow \angle EPQ = 90^\circ$ ;

4. По теореме об отрезках секущих и отрезке касат.:  $CE \cdot CP = CB^2 = 14t^2$ ;

$\sqrt{35}t \cdot CP = 14t^2$ ;  $\Rightarrow CP = t \cdot \frac{14}{\sqrt{35}}$ ; Заметим, что  $\triangle CPQ \sim \triangle CEF$  (и  $\triangle ABC$ )  
 $\angle PQC = \alpha$ ; (СМ. РЕШЕНИЕ НА СТР. 2 РЕШЕНИЯ)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1. П.и.  $\lg \alpha = \sqrt{\frac{1}{5}}$  и  $\lg \alpha = \frac{PC}{PQ}$ ,  $\infty PC = \sqrt{\frac{1}{7}} \cdot 2\sqrt{14}t = 2 \cdot \sqrt{\frac{28}{5}} t =$  esp. 2 решения  
 $= \frac{14t^2}{\sqrt{35}z}$  ;  $\sqrt{28}t = \frac{1}{\sqrt{7}} \cdot \frac{t}{z}$  ;  $\frac{t}{z} = 2, (\Rightarrow zt = \frac{1}{2})$

Ответ:  $\frac{20}{7} \cdot \frac{1}{4} = \frac{5}{7}$  ;



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x;$$

$$\arcsin(\cos x) = \frac{1}{10}(\pi - 2x);$$

$$(I) \left\{ \begin{array}{l} -\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi - 2x}{10} \leq \frac{\pi}{2} - 0\pi 3 \text{ для левой части;} \\ -1 \leq \cos x \leq 1 - 0\pi 3 \text{ для правой части} \end{array} \right.$$

$$(II) \left\{ \begin{array}{l} \text{ограничение выполняется всегда;} \end{array} \right.$$

Возьмём синус от левой и правой частей:

$$\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{10} - \frac{x}{5}\right);$$

$$\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right), \Rightarrow$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right); \text{ Пусть } t = \frac{\pi}{2} - x; \quad -\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2};$$

$$\sin 5t = \sin t;$$

$$\sin 5t - \sin t = 0;$$

$$2 \sin 2t \cos 3t = 0;$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2t = \pi k, k \in \mathbb{Z}; \\ 3t = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}; \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t = \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}, \\ t = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}; \end{array} \right. \Rightarrow t = -\frac{\pi}{2}; 0; \frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6};$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t = \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}, \\ t = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}; \end{array} \right. \Rightarrow t = -\frac{\pi}{2}; 0; \frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6};$$

Вернёмся к переменной  $x$ :

$$\frac{\pi}{2} - x = -\frac{\pi}{2}; 0; \frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6};$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\pi}{2} - x = -\frac{\pi}{2}; \\ \frac{\pi}{2} - x = 0; \\ \frac{\pi}{2} - x = \frac{\pi}{2}; \\ \frac{\pi}{2} - x = -\frac{\pi}{6}; \\ \frac{\pi}{2} - x = \frac{\pi}{6}; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} -x = -3\pi; \\ -x = -\frac{\pi}{2}; \\ -x = 2\pi; \\ -x = -\frac{4\pi}{3}; \\ -x = \frac{\pi}{3}; \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 3\pi, \\ x = \frac{\pi}{2}, \\ x = -2\pi, \\ x = \frac{4\pi}{3}, \\ x = -\frac{\pi}{3}; \end{array} \right.$$

$$\text{Ответ: } -2\pi; -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}; \frac{4\pi}{3}; 3\pi;$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$NH \begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ x^2 + y^2 - 20y + 100 < 36; \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ x^2 + (y - 10)^2 = 6^2; \end{cases} \end{cases}$$

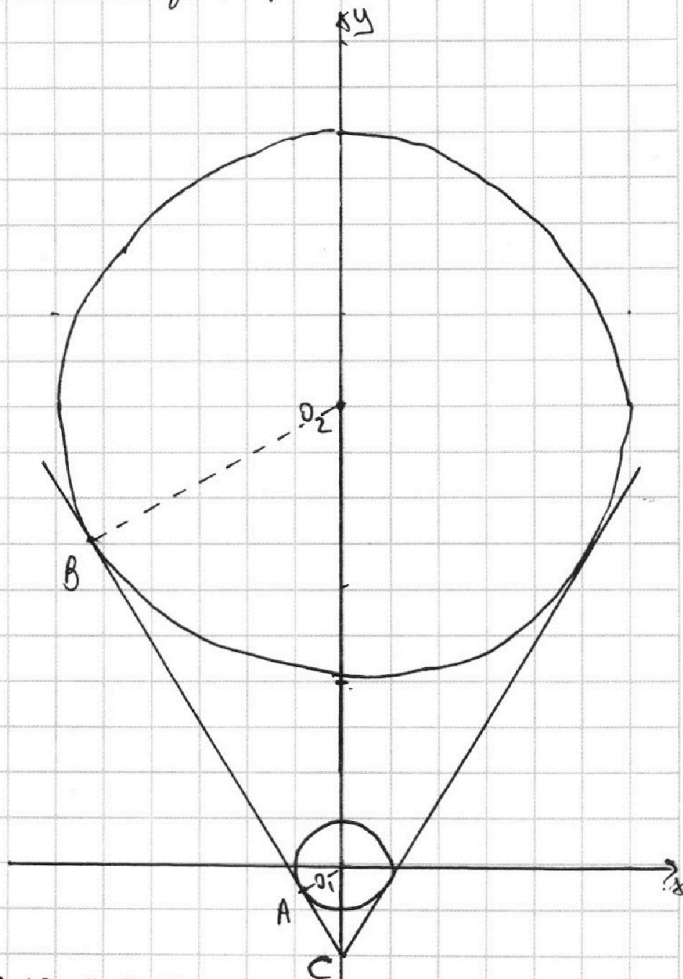
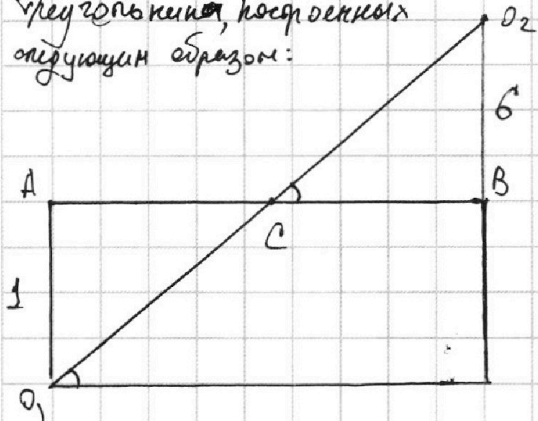
Совокупность задает окружности с центрами  $O_1(0;0)$  и  $O_2(0;10)$  и соответствующими радиусами  $R_1=1$  и  $R_2=6$ ;

Прямая  $m: ax - 3y + 4b = 0$ ; - должна для выполнения условия пересечь окружности ровно дважды. Для этого найдем крайние положения касательной общей обоим окружностям;

Точки касания  $A$  и  $B$ , точка пересечения  $O_1, O_2 \in AB \perp C$ ;

Рассмотрим два верт. треугол.

Треугольнички, построенные следующим образом:



$$O_1O_2 = 10, AO_1 + O_2B = 7$$

$$\Rightarrow AB \text{ по Г.Пиф.} = \sqrt{100 - 49} = \sqrt{51}$$

Нам нужен тангенс угла  $\angle CO_2B$ ,

он равен:

$$\frac{AB}{AO_1 + O_2B} = \frac{\sqrt{51}}{7} \Rightarrow \text{коэффициент}$$

Угла наклона касательной должен быть по модулю

$$\text{больше } \tan \frac{\sqrt{51}}{7} :$$

$$\left| \frac{a}{b} \right| > \tan \frac{\sqrt{51}}{7}$$

$$\begin{cases} a > 3 \tan \frac{\sqrt{51}}{7} \\ a < -3 \tan \frac{\sqrt{51}}{7} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a > 3 \tan \frac{\sqrt{51}}{7} \\ a < -3 \tan \frac{\sqrt{51}}{7} \end{cases} \Rightarrow a \in (-\infty; -3 \tan \frac{\sqrt{51}}{7}) \cup (3 \tan \frac{\sqrt{51}}{7}; \infty)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \log_5^4(2x) - 3\log_{2x} 5 = \log_{8x} 625 - 3, \\ \log_5^4 y + 4\log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3; \end{cases}$$

$$\text{OДЗ: } \begin{cases} x > 0, \\ y > 0, \\ y \neq 1, \\ x \neq \frac{1}{2}; \end{cases}$$

$$\log_5^4(2x) - \frac{3}{\log_5 2x} = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{\log_5 2x} - 3;$$

$$\log_5^4 y + \frac{4}{\log_5 y} = -\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\log_5 y} - 3; \quad \text{Пусть } \log_5(2x) = \alpha, \log_5 y = \beta:$$

$$\alpha^4 - \frac{3}{\alpha} = \frac{4}{3\alpha} - 3;$$

$$\alpha^4 - \frac{13}{3\alpha} + 3 = 0,$$

$$\beta^4 - \frac{4}{\beta} = -\frac{1}{3\beta} - 3;$$

$$\beta^4 + \frac{13}{3\beta} + 3 = 0;$$

$$(I) \quad 3\alpha^5 - 9\alpha - 13 = 0,$$

$$(II) \quad 3\beta^5 + 9\beta + 13 = 0; \quad \text{Обе функции монотонны, при } \alpha = \beta$$

$$\alpha = -\beta \quad \text{в } (II) \text{ при } \alpha = -\beta \text{ уравнение (I) становится уравнением (II),}$$

$\Rightarrow$  Единственное решение -  $\alpha = -\beta$ ; Возвращаемся и заменяем:

$$\log_5(2x) = -\log_5 y; \quad \Rightarrow \log_5(2xy) = 0 \quad \Rightarrow 2xy = 1,$$

$\Rightarrow xy = \frac{1}{2}$  - единственное возможное значение; Ответ:  $\frac{1}{2}$ ;



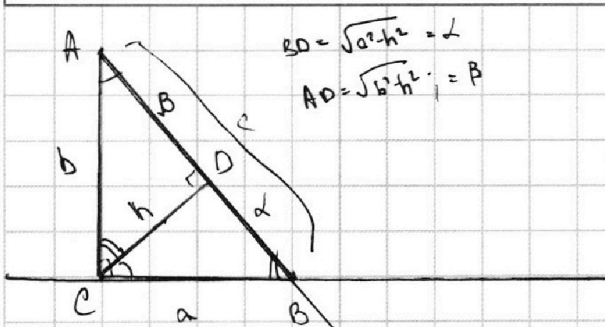
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$BD = \sqrt{a^2 - h^2} = d$$

$$AD = \sqrt{b^2 - h^2} = B$$

$$\frac{AD}{DB} = \frac{b}{a}$$

$$? \frac{S_{ABC}}{S_{CED}}$$

$$\frac{1}{2} \cdot CD \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC$$

$$AC^2 + BC^2 = AB^2$$

$$\frac{a}{c} = \frac{h}{b} = \frac{BD}{a}$$

$$\boxed{a^2 = c \cdot BD}$$

$$\boxed{a^2 = c \cdot d}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{b}{b}$$

$$\boxed{b^2 = c \cdot BF}$$

$$36t^4 + 14t^2 = (5t + 2t)^2 = t^2(25 + 22.5 + 4)$$

$$= t^2(28 + 20) = 48t^4$$

$$48t^4 = 48t^4$$

$$\frac{1}{2} \cdot h \cdot c = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$$

$$hc = ab, \quad h = \frac{ab}{c}$$

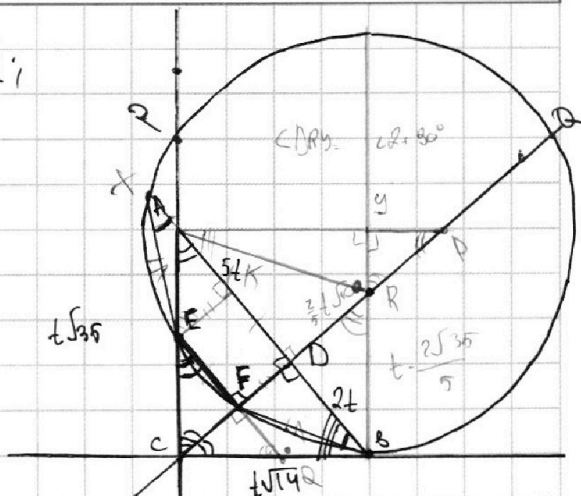
$$\Delta K = BD$$

$$\Delta RBC \sim \Delta ABC, \quad \frac{BC}{AC} = \frac{BR}{BC}, \quad BC^2 = AC \cdot BR$$

$$\boxed{BR} = \frac{14}{\sqrt{35}} = t \cdot \frac{14\sqrt{35}}{35} = \frac{t \cdot 2\sqrt{35}}{5}$$

$$\rightarrow CR = \sqrt{14t^2 + \frac{t^2 \cdot 4 \cdot 35}{25}} = \sqrt{t^2(14 + \frac{4 \cdot 7}{5})} = \sqrt{\frac{70 + 28}{5}} = \sqrt{\frac{98}{5}} = \sqrt{7 \cdot \frac{14}{5}} = \sqrt{7} \cdot \sqrt{\frac{14}{5}}$$

$$DR = 7t \cdot \frac{\sqrt{2}}{5} - t\sqrt{10} = \frac{7}{5}t \cdot \sqrt{10} - t\sqrt{10} = \frac{2}{5}t\sqrt{10}$$



$$\Delta ADC \sim \Delta CBD$$

$$S_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot CD$$

$$S_{BCD} = \frac{1}{2} \cdot BD \cdot CD$$

$$\frac{S_{ADC}}{S_{BCD}} = \frac{5}{2}$$

$$BC^2 = 7t \cdot 2t = 14t^2$$

$$BC = t\sqrt{14}$$

$$AC^2 = 7t \cdot 5t = 35t^2$$

$$AC = t\sqrt{35}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot t\sqrt{35} \cdot t\sqrt{14} = \frac{7}{2}t^2 \cdot \sqrt{10}$$

$$S_{ADC} = \frac{7}{2}t^2 \cdot \sqrt{10}$$

$$CD = \frac{t\sqrt{14} \cdot t\sqrt{35}}{7t} = \frac{t^2 \cdot 7 \cdot \sqrt{10}}{7t} = t\sqrt{10}$$

$$= \frac{t^2 \cdot 7 \cdot \sqrt{10}}{7t} = t\sqrt{10}$$

$$CD = t\sqrt{10}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$ab: 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}; \quad bc: 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5^{17}; \quad ac: 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{33}; \quad ? \min abc;$

$abc: 5^{33} \cdot 3^{21} \cdot 2^{14};$  - произведение ac такие делится на  $2^{14}, 3^{21}, 5^{33}$ .

Пока для минимизации  $abc=ac, b=1$ . Но тогда  $a=2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}, b=2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5^{17};$

- возможно, не минимальное значение;

$\cos x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \Rightarrow \cos x > 0$

$\cos x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \Rightarrow \cos x > 0$

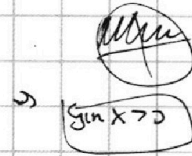


$\arcsin(\frac{\pi}{2} - \sin x) = \pi - 2x$

$-\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} - \sin x \leq \frac{\pi}{2}$

$-\pi \leq -\sin x \leq 0$

$\pi > 2x \geq 0$



$\arcsin(\cos x) = \sqrt{1-x^2};$

$\sqrt{1-x^2} = \pi - 2x;$

$10(1-x^2) = \pi^2 - 4\pi x + 4x^2;$

$100-100x^2 = \pi^2 - 4\pi x + 4x^2;$

$\arcsin(\cos x) = \pi - 2x;$

$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{(2x)^3} 625 - 3$   
 $\log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} \frac{1}{5} - 3$

$\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1/2 \\ y > 0 \\ y \neq 1 \end{cases}$

$\begin{cases} 2x > 0 \\ 2x \neq 1 \\ (2x)^3 > 0 \\ (2x)^3 \neq 1 \\ y > 0 \\ y \neq 1 \\ y^3 > 0 \\ y^3 \neq 1 \end{cases}$

$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \frac{1}{3} \log_{2x} 5^4 - 3;$   
 $\log_5^4 y + 4 \log_y 5 = -\frac{1}{3} \log_y 5 - 3$

~~$\log_3 3 = \log_3 3 = 2 \log_3 3 = 2 \cdot \frac{1}{2}$~~

0/0

$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 - \frac{4}{3} \log_{2x} 5 + 3 = 0$

$\log_5^4 y + 4 \log_y 5 + \frac{1}{3} \log_y 5 = 3$

$\log_{2x} 5 = \alpha, \log_5 5 = \beta;$

$\log_5^4(2x) - 4 \frac{1}{3} \log_{2x} 5 = 3 = 0;$

$\log_5^4 y + 4 \frac{1}{3} \log_y 5 = 3 = 0;$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\log_5 2 = \alpha; \log_5 3 = \beta; 2 = 5^\alpha, 3 = 5^\beta; 2xy = 5^{\alpha+\beta}; xy = 2 \cdot 5^{\alpha-\beta}$

$$\begin{cases} 3 \cdot 2^5 + 8x - 13 = 0, \\ 3 \cdot 3^5 + 9^x + 13 = 0; \end{cases}$$

$$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$\arcsin(\cos x) = \frac{\pi}{10} - \frac{x}{5} \quad \text{D.B.3: } -1 \leq \cos x \leq 1 \leq \frac{\pi}{10} - \frac{x}{5} \leq$$

$$\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{10} - \frac{x}{5}\right); \quad x/5 = t; \quad \text{! ограничим!}$$

$$\cos 5t = \sin\left(\frac{\pi}{10} - t\right); \quad \text{обор при ограничении}$$

$$\text{хвост: } -2\pi; -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}; \frac{4\pi}{3}; 3\pi$$

1) Внести степени, проверить логарифмы  $\rightarrow$  задать логарифмов

! Две 2x: замена (вместе с коэффициентами!)

2. Упростить ур-е, вынося на знак равенства - степень! Менее (a на b) или (a на -b) - одно ур-е ~~правильно~~ в другом!

3. Меньше степень каждой ур-е  $\Rightarrow$  число  $\downarrow$  корней  $\rightarrow$  вт от

4. Обратная замена, каждому уравнению логарифмов  $\rightarrow x, y$  (оно только одно)

$$ab \cdot bc \cdot ac = a^2 b^2 c^2; \quad 2^a \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} = 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{14} = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}$$

$$\Rightarrow abc = 2^{14} \cdot 3^{\frac{1}{2}(14+20+21)} \cdot 5^{\frac{1}{2}(12+14+39)} = 2^{14} \cdot 3^{22.5} \cdot 5^{30.5}$$

$$O_1 O_2 = 10, \quad A O_1 = O_2 B = 7$$

$\Rightarrow AB = \sqrt{10^2 - 49} = \sqrt{51}$ ; Как найти точку угла  $\angle O_2 B$ , он равен

$$\frac{AB}{A O_1 + O_2 B} = \frac{\sqrt{51}}{7};$$

$\rightarrow$  коэффициент угла наклона касательной  $\alpha$  ~~равен~~ больше  $\arctg \frac{\sqrt{51}}{7}$ ;  $|a| > \arctg \frac{\sqrt{51}}{7}$

$$\Rightarrow \left| \frac{a}{b} \right| > \arctg \frac{\sqrt{51}}{7} \quad \begin{cases} a > 3 \arctg \frac{\sqrt{51}}{7} \\ a < -3 \arctg \frac{\sqrt{51}}{7} \end{cases}$$



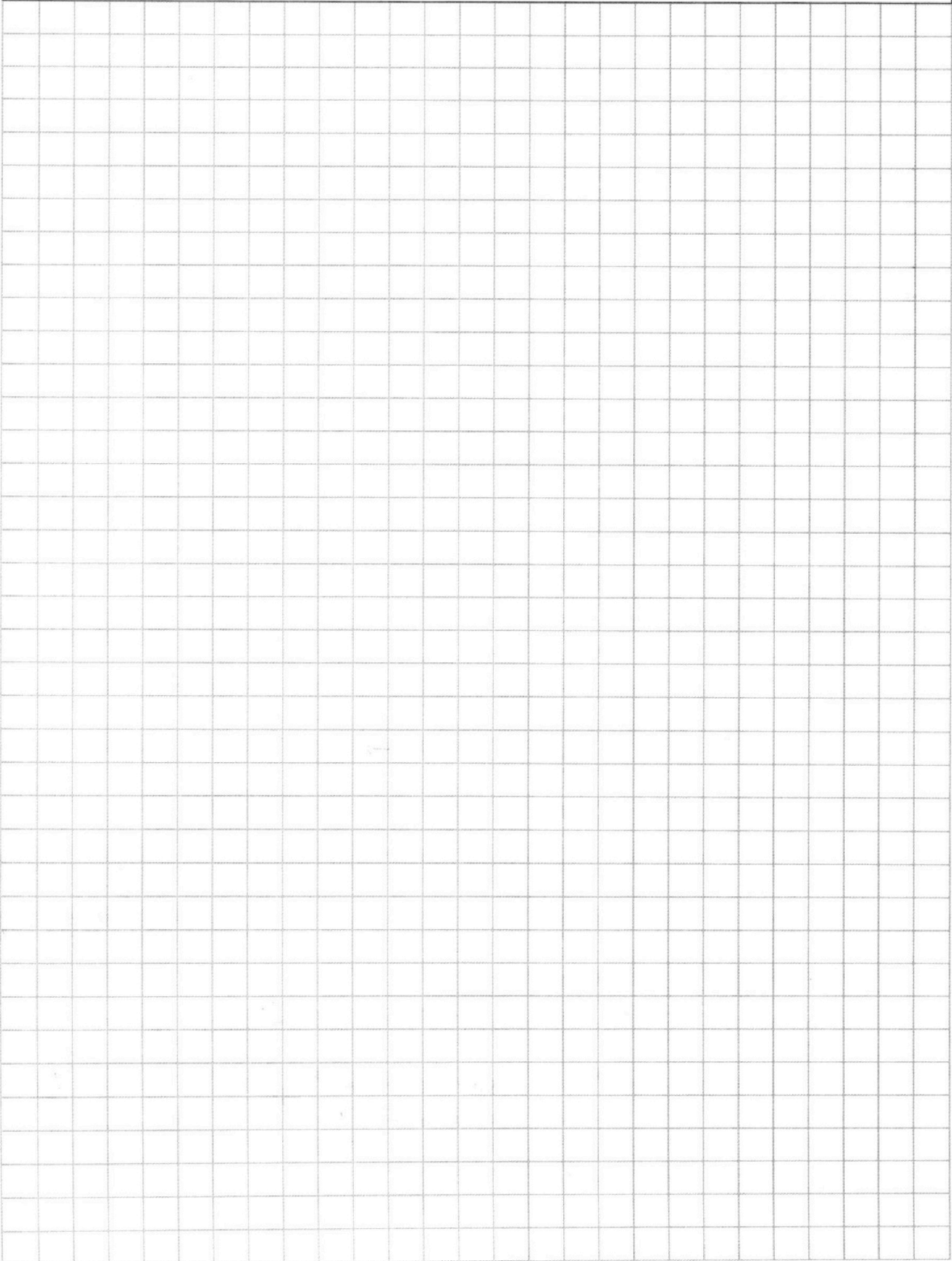
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



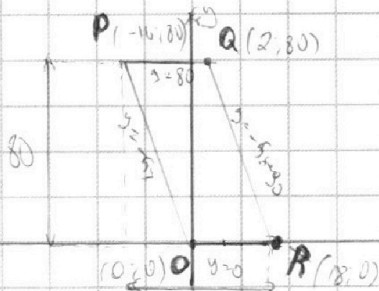
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} \log_{\frac{1}{5}}(2x) - 4\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\log_{\frac{1}{5}} 2x} + 3 = 0 \\ \log_{\frac{1}{5}} y + 4\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\log_{\frac{1}{5}} y} + 3 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^4 - 4\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{x} + 3 = 0 \\ \beta^4 + 4\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\beta} + 3 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^5 + 3x - 4\frac{1}{3} = 0 \\ \beta^5 - 3\beta + 4\frac{1}{3} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^5 + 3x - \frac{13}{3} = 0 \\ \beta^5 - 3\beta + \frac{13}{3} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x^5 + 9x - 13 = 0 \\ 3\beta^5 + 9\beta + 13 = 0 \end{cases} \quad \begin{aligned} P(13): 13^5 - 3 \cdot 9 \cdot 13 - 13 & \neq 0 \\ P(-13): -3 \cdot 13^5 - 9 \cdot 13 - 13 & \neq 0 \end{aligned}$$

а)  $5(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 45$ , но по координате  $x$  макс. разность может быть  $18$   
по координате  $y$  макс. разность может быть  $80$



34-9:55 Если возм. от  $P$  к  $R$ ,  $\varphi$  значение ~~...~~  
 $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 5 \cdot 18 + 80 = 150 + 80 = 230$   
~~...~~  $\text{или } 80 = -250$

$$x_1, x_2, y_1, y_2 \in \mathbb{Z}$$

или  $(x_2 - x_1) > 9$  или  $y_2 - y_1 > 45$   
или предел всевозможных комбинаций:  
или  $(x_2 - x_1) \text{ max}$ , а если  $x_2 - x_1 = 9$   
 $y_2 - y_1 = 0$ ,  $\Rightarrow$  нечет на этом уровне

но  $y$ ;  
на каждом ~~...~~ возможной комбинации

но

~~...~~

$$\begin{cases} 0 = 18k + b \\ 80 = 2k + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -18k \\ 80 = -16k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 90 \\ k = -5 \end{cases}$$

$$f(x)_1 = -5x + 90$$

$$f(x)_2 = -5x$$

$$\begin{cases} y \leq -5x + 90 \\ y \geq -5x \\ y \geq 0 \\ y \leq 80 \end{cases}$$

$$5(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 45$$

$$-1 \leq x \leq 1$$

$$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$\arcsin(\sin x) = x; \quad \arcsin(\cos x) = \sqrt{1-x^2}$$

$$-10\pi - 2x \leq 10$$

$$-10\pi - 2x - \pi \leq 10$$

$$-10\pi \leq 2x \leq 10 \Rightarrow \left| \frac{1}{2} \cdot 5 \leq x \leq \frac{7}{2} \cdot 5 \right|$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

