Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол $\alpha = 45^0$ с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета $L = 20$ м.

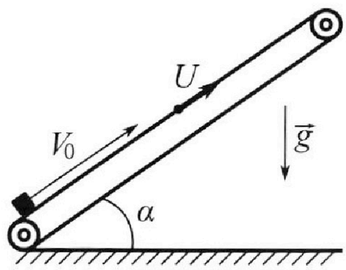
1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью V_0 к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна $H = 3{,}6$ м.

2) На каком расстоянии S от точки старта находится стенка?

Ус корение свободного падения g =10 м/с^2. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin\alpha = 0{,}6$ (см. рис.).
В первом опыте небольшую коробку ставят на *покоящуюся* ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 6$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = 0{,}5$.
Движение коробки прямолинейное.



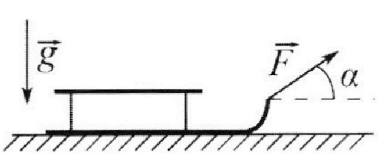
1) Какой путь S пройдет коробка в первом опыте к моменту времени $T = 1$ с?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, *движущуюся* со скоростью $U = 1$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 6$ м/с (см. рис.).

2) Через какое вр емя T_1 после старта скорость коробки *во втором опыте* будет равна $U = 1$ м/с?

3) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки обратится в ноль *во втором опыте*? Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии K на одинаковых участках пути.



В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии K действие внешней силы прекращается.

1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

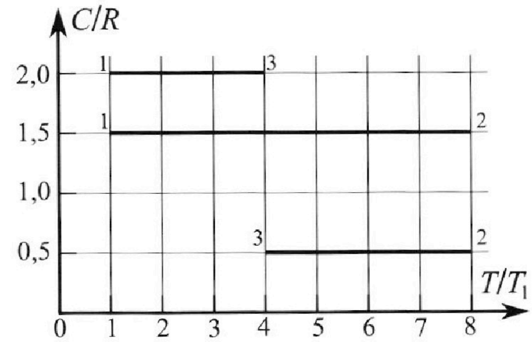
2) Найдите перемещение S санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения g. Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

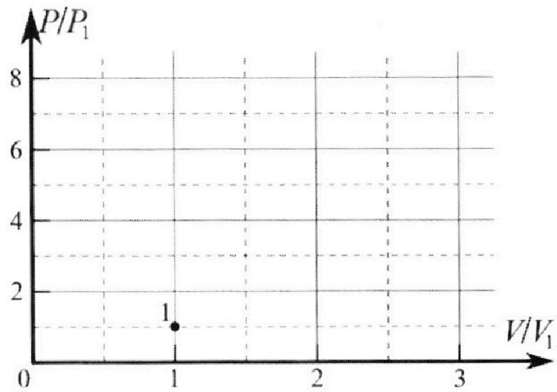
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1(см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна $T_1 = 200$ К,
универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).



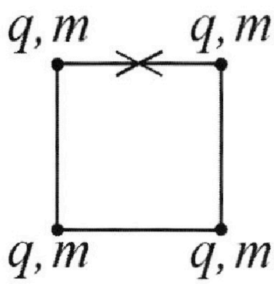
1) Найдите работу A_{31} внешних сил над газом в процессе 3-1.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной a (см. рис.). Сила натяжения каждой нити T.



1) Найдите абсолютную величину $|q|$ заряда каждого шарика.

Одну нить пережигают.

2) Найдите кинетическую энергию K любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расс тоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных вверху (на рисунке)?

Эл ектрическая постоянная ε_0. Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№ 1

1) $L = V_0 \cos\alpha \cdot t = V_0 \cos\alpha \cdot \frac{2V_0 \sin\alpha}{g} = \frac{V_0^2 \sin(2\alpha)}{g} \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin(2\alpha)}} = 10\sqrt{2}\left(\frac{м}{с}\right)$

2) Пусть β – некоторый произвольный угол, ~~под~~ который составляет $\vec{V_0}$ с горизонталью, а h – соотв. ему высота столкновения со стенкой, т.е. $h_{max} = H$.

$$t = \frac{S}{V_0 \cos\beta}$$

$$\Rightarrow h(\beta) = V_0 \sin\beta \cdot \frac{S}{V_0 \cos\beta} - \frac{g}{2}\frac{S^2}{V_0^2 \cos^2\beta} = S\,tg\,\beta - \frac{gS^2}{V_0^2(1+\cos(2\beta))}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{d\beta} h(\beta) = \frac{S}{\cos^2\beta} - \frac{2gS^2 \sin(2\beta)}{V_0^2(1+\cos(2\beta))^2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{gS}{V_0^2} = \frac{1+\cos(2\beta)}{\sin(2\beta)} \Rightarrow \cos^2\beta - \frac{gS}{V_0^2}\sin\beta\cos\beta = 0$$

$\cos\beta$ не удовл. усл $\Rightarrow tg\,\beta = \frac{V_0^2}{gS}$, $\cos^2\beta = \frac{g^2S^2}{g^2S^2 + V_0^4}$

$$\Rightarrow H = S \cdot \frac{V_0^2}{gS} - \cancel{g^2S^2} \frac{gS^2}{2V_0^2 \cdot \frac{g^2S^2}{g^2S^2+V_0^4}}$$

$$\Rightarrow S = \frac{V_0}{g}\sqrt{V_0^2 - 2gH} = 16\,(м)$$

Ответ: ~~1) L =~~ 1) $V_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin 2\alpha}} = 10\sqrt{2}\left(\frac{м}{с}\right)$

2) $S = \frac{V_0}{g}\sqrt{V_0^2 - 2gH} = 16\,(м)$

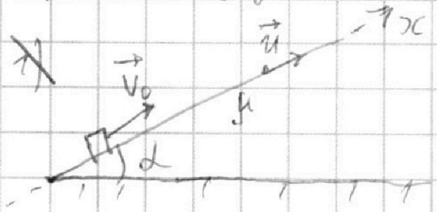
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 2

Точками обозначены производные по времени.



1) $\dot{x} = V_0 + t(-g\sin\alpha - g\mu\cos\alpha) = V_0 - g\cdot t(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$

до остановки: $|\Delta x_{до}| = \dfrac{V_0^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$;

после: $|\Delta x_{после}| = \dfrac{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)\cancel{t^2(\dot x = 0)}\cdot(T - t(v=0))^2}{2} =$

$t(\dot x = 0) = \dfrac{V_0}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = 0,6$ (с)

$\Rightarrow |\Delta x_{после}| = \dfrac{10\cdot 0,2\cdot 0,4^2}{2} = 0,16$ (м)

$|\Delta x_{до}| = 1,8$ (м) $\Rightarrow S = |\Delta x_{после}| + |\Delta x_{до}| = 1,96$ (м)

2) Индекс 1 означает до относительной остановки коробки и ленты, 2 - после.

$\ddot x_1 = -g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) \Rightarrow \dot x = V_0 - gt(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) \Rightarrow$

$\Rightarrow \dot x(T_1) = u = V_0 - gT_1(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) \Rightarrow T_1 = \dfrac{V_0 - u}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} =$

$= 0,5$ (с)

3) $\ddot x_2 = -g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) \Rightarrow \dot x_2 = u - gt(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$

$\dot x_2(T_3) = -u = u - gT_3(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) \Rightarrow T_3 = \dfrac{2u}{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}$

$\Rightarrow x_2 = x_1(T_1) + ut - \dfrac{gt^2}{2}(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$

$x_1(T_1) = \dfrac{V_0^2 - u^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} \Rightarrow x_2(T_3) = L = \dfrac{V_0^2 - u^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = 1,45$ (м)

Ответ: 1) 1,96 м; 2) $\dfrac{V_0 - u}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = 0,5$ с 3) $\dfrac{V_0^2 - u^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = 1,45$ м

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№ 3

Пусть l – участок пути, на котором санки разгоняют.

$K = \frac{p^2}{2m}$

1) ~~ma_1~~ для первого случая: $ma_1 = F\cos\alpha - (mg - F\sin\alpha)\mu$

$\Rightarrow a_1 = \frac{F\cos\alpha - (mg - F\sin\alpha)\mu}{m}$

$\Rightarrow l = \frac{\frac{p^2}{m^2}}{2\cdot\frac{F\cos\alpha - (mg - F\sin\alpha)\mu}{m}} = \frac{K}{F\cos\alpha - (mg - F\sin\alpha)\mu}$

для второго: $l = \frac{\frac{p^2}{m^2}}{2\cdot\frac{F - mg\mu}{m}} = \frac{K}{F - mg\mu}$

$\Rightarrow F - mg\mu = F\cos\alpha + F\mu\sin\alpha - mg\mu \Rightarrow \mu = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$

2) $K = A_{тр} = mg\mu S \Rightarrow S = \frac{K}{mg}\cdot\frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha}$

Ответ: 1) $\mu = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$, 2) $S = \frac{K\sin\alpha}{mg(1-\cos\alpha)}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№4

1) 3 − 1: $Q_{31} = 2\nu R \cdot (-3T_1) = -6T_1 \nu R$ $\cancel{\Rightarrow 6T_1 = \frac{9}{2}\nu R}$

$Q_{31} = \frac{3}{2}\nu R \cdot (-3T_1) - A_{31}$

$\Rightarrow 6\nu R T_1 = \frac{9}{2}\nu R T_1 + A_{31} \Rightarrow A_{31} = \frac{3}{2}\nu R T_1 = 2493$ (Дж)

2) $Q_{12} = A_{12} + \frac{3}{2}\nu R \cdot 7T_1 = \frac{3}{2}\nu R \cdot 7T_1 \Rightarrow A_{12} = 0$

$Q_{23} = A_{23} + \frac{3}{2}\nu R \cdot (-4T_1) = \frac{1}{2}\nu R(-4T_1)$

$\Rightarrow A_{23} = -4T_1 \nu R\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\right) = 4\nu R T_1$

$A = A_{23} + A_{12} - A_{31} =$

$-A_{31}$ т.к. в усл. это работа вн. ши, а не газа.

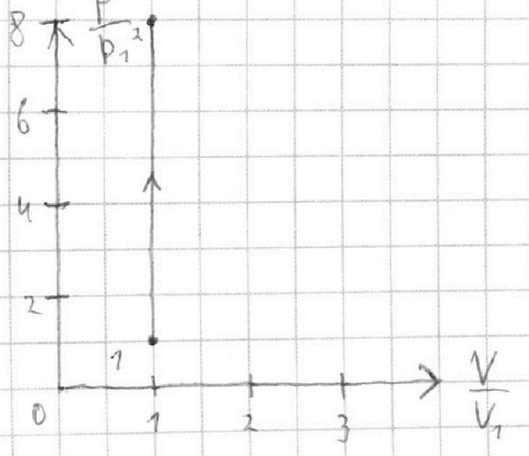
$= 4\nu R T_1 + \frac{3}{2}\nu R T_1 =$

$= \frac{11}{2}\nu R T_1 \cancel{= \frac{11}{2} \cdot 1 \cdot 8{,}31 \cdot 200 = 831 \cdot 11 = 9141}$

$Q = Q_{12} = \frac{21}{2}\nu R T_1$

$\Rightarrow \eta = \frac{A}{Q} = \cancel{\frac{\frac{21}{2}\nu R T_1}{\frac{11}{2}\nu R T_1} = 2} = \frac{\frac{11}{2}\nu R T_1}{\frac{21}{2}\nu R T_1} = \frac{11}{21}$

3)

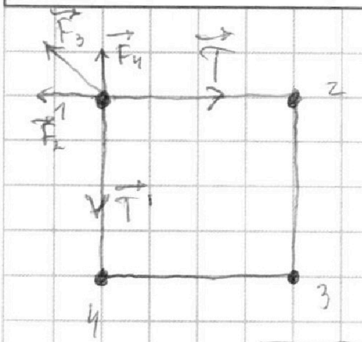


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№5 $\quad \|\vec T\| = \|\vec T'\| = T$, $\quad k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

1) $\vec T + \vec T' + \vec F_2 + \vec F_3 + \vec F_4 = 0$

$$T = F_4 + F_3\frac{1}{\sqrt2} =$$

$$= \frac{k|q|^2}{a^2} + k\frac{|q|^2}{2a^2}\frac{1}{\sqrt2} = \frac{k|q|^2}{a^2}\left(1+\frac{1}{2\sqrt2}\right)$$

$$\Rightarrow |q| = \sqrt{\frac{a^2 T}{k\left(1+\frac{1}{2\sqrt2}\right)}} =$$

$$= 2a\sqrt{\frac{\pi\varepsilon_0 T}{1+\frac{1}{2\sqrt2}}}$$

Ответ: 1) $|q| = 2a\sqrt{\frac{\pi\varepsilon_0 T}{1+\frac{1}{2\sqrt2}}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$E = \frac{2mv_в^2}{2} + \frac{2mv_н^2}{2} + E_п = m(v_в^2 + v_н^2) + E_п$$

для одного из крайних: $E_п = \frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{2a} + \frac{kq^2}{3a} = \frac{kq^2}{a}\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{3}\right) =$
$= \frac{11}{6}\frac{kq^2}{a}$

для одного из внутренних: $E_п = \frac{2kq^2}{a} + \frac{kq^2}{2a} =$
$= \frac{5}{2}\frac{kq^2}{a}$

$$\Rightarrow \frac{4kq^2}{a}\left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = m(v_в^2 + v_н^2) + 2\left(\frac{11}{6}\frac{kq^2}{a} + \frac{5}{2}\frac{kq^2}{a}\right) +$$

$$\Rightarrow \frac{4kq^2}{a}\left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \cancel{m(v_в^2 + v_н^2)}\ 2K_н + 2K_в + \frac{26}{3}\frac{kq^2}{a}$$

$$0 = m\vec{v}_в + m\vec{v}_в{}' + m\vec{v}_н + m\vec{v}_н{}' \Rightarrow -(\vec{v}_в + \vec{v}_в{}') = \vec{v}_н + \vec{v}_н{}'$$

~~$\vec{v}_в$ и $\vec{v}_в{}'$ сонаправлены, $\vec{v}_н$ и $\vec{v}_н{}'$ тоже в силу симметрии~~

~~$\Rightarrow -4v_в^2 = 4v_н^2$~~

~~№ 4~~

$$\vec{v}_н{}' + \vec{v}_в{}' = -(\vec{v}_н + \vec{v}_в) \Rightarrow v_н^2 + v_в^2 + 2\vec{v}_н{}'\cdot\vec{v}_в{}' = -(v_н^2 + v_в^2 + 2\vec{v}_н\cdot\vec{v}_в)$$

№ 4

1) $Q = 2\nu R 3T = -6\nu RT_1$
$Q = -\frac{3}{2}\nu R(T_1 - 3T_1) + A_{31}$
$\Rightarrow -6\nu RT_1 = -\frac{9}{2}\nu RT_1 + A_{31}$
$\Rightarrow \frac{3}{2}\nu RT_1 = -A_{31} =$
$= \frac{3}{2}\cdot 1\cdot 8{,}31\cdot 200 = 831\cdot 3 = 2493$ (Дж)

2) $A_{31} = -\frac{3}{2}\nu RT_1$. $Q_{12} = A_{12} + \frac{3}{2}\nu R\cdot 4T_1 = \frac{3}{2}\nu R\cdot 4T_1$
$\Rightarrow A_{12} = 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$F_{тр\,max} = mg\mu\cos\alpha = 10\cdot 0{,}5\cdot 0{,}8\,m = 4m$

$mg\sin\alpha = 10\cdot 0{,}6\,m = 6m > 4m$ ⇒ дальнейшее относительное движение будет происходить

$\Rightarrow \cancel{\dot{x}_2 = u}\quad \ddot{x}_2 = -g\sin\alpha + g\mu\cos\alpha \Rightarrow \dot{x}_2 = u - gt(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$

$\dot{x}_2 = -u = u - gT_3(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) \Rightarrow T_3 = \frac{2u}{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}$

$L = |\Delta x_1| - |\Delta x_2|;\ \cancel{|\Delta x_1| = \frac{V_0^2}{2}}$

$\Rightarrow x_2 = x_1(T_1) + ut - \frac{gt^2}{2}(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$

$x_1(t) = V_0 t - g\frac{t^2}{2}(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$

$\Rightarrow x_1(T_1) = x_1\left(\frac{V_0-u}{g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}\right) = V_0\frac{V_0-u}{g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)} - \frac{g}{2}\frac{(V_0-u)^2}{g^2(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)^2} =$

$= \frac{2V_0(V_0-u)-(V_0-u)^2}{2g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)} = \frac{2V_0^2 - 2V_0u - V_0^2 - u^2 + 2V_0u}{2g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)} = \frac{V_0^2-u^2}{2g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}$

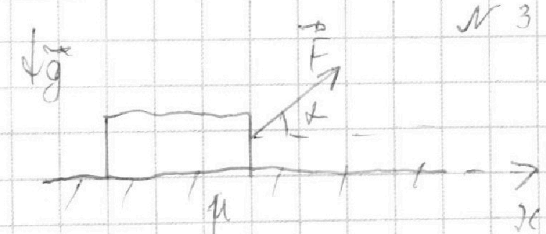
$\Rightarrow x_2(T_3) = \frac{V_0^2-u^2}{2g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)} + \frac{2u^2}{g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)} - \frac{\cancel{g}}{\cancel{2}}\cdot\frac{\cancel{2}u^2}{g^{\cancel{2}}(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)} =$

$= \boxed{\frac{V_0^2-u^2}{2g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}} = L = \frac{36^2-1}{20\cdot 1} = \frac{35}{20} = \frac{7}{4} = 1{,}75\ (м)$

№ 3

$E_k = \frac{p^2}{2m}$, $F_{тр} = N\mu = (mg - F\sin\alpha)\mu$

1.



$\frac{dp_x}{dt} = F\cos\alpha - (mg - F\sin\alpha)\mu$

$\Rightarrow p = (F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - mg\mu)t_1$, $a_1 = \frac{F(\cos\alpha+\mu\sin\alpha) - mg\mu}{m}$

$\Rightarrow S = \frac{\frac{p^2}{m^2}}{2\frac{F(\cos\alpha+\mu\sin\alpha)-mg\mu}{m}} =$

$= \frac{p^2}{2m(F(\cos\alpha+\mu\sin\alpha)-mg\mu)} =$

$= \frac{E_k}{F(\cos\alpha+\mu\sin\alpha)-mg\mu}$

$l = \frac{\frac{p^2}{m^2}}{2\cdot\frac{F-mg\mu}{m}} = \frac{E_k}{F-mg\mu} = \frac{E_k}{F(\cos\alpha+\mu\sin\alpha)-mg\mu}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$F - mg\mu = F\cos\alpha + F\mu\sin\alpha - mg\mu \Rightarrow 1 = \cos\alpha + \mu\sin\alpha$

$\Rightarrow \mu = \boxed{\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}}$

~~2) $K = A_{тр} = mg$ В первом случае: $K = A_{тр} = (mg - F\sin\alpha)\mu S$~~

~~$\Rightarrow S = \boxed{\frac{K}{(mg - F\sin\alpha)}\cdot\frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha}}$~~

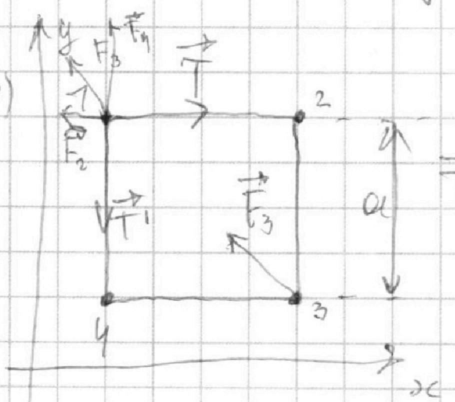
~~во вто~~

$$\begin{array}{r} 831 \\ \times\ 11 \\ \hline 831 \\ +831 \\ \hline 9141 \end{array}$$

2) $K = A_{тр} = mg\mu S \Rightarrow S = \frac{K}{mg\mu} = \boxed{\frac{K}{mg}\cdot\frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha}}$

№ 5

1)



$F = \frac{q_1 q_2}{r^2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

$\vec T + \vec T' + \vec F_2 + \vec F_3 + \vec F_4 = 0$

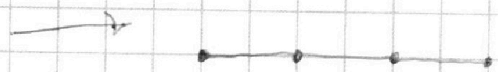
$Oy: T' = F_4 + F_3\frac{1}{\sqrt2} = k\frac{|q|^2}{a^2} + k\frac{|q|^2}{2a^2}\frac{1}{\sqrt2} = \frac{k|q|^2}{a^2}\left(1+\frac{1}{2\sqrt2}\right) = T$

~~$Ox: T = F_2 + F_3\frac{1}{\sqrt2} = k|q|^2 =$~~

$\Rightarrow |q| = \sqrt{\frac{a^2 T}{k\left(1+\frac{1}{2\sqrt2}\right)}} = a\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 T}{1+\frac{1}{2\sqrt2}}} = \boxed{2a\sqrt{\frac{\pi\varepsilon_0 T}{1+\frac{1}{2\sqrt2}}}}$

$\vec F_{1\to2} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec e_r$

2)



~~$F_{1\to2} = -\nabla$~~

$E_n = \frac{kq^2}{r}$

до пережигания нити:

у одного: $E_n = \frac{2kq^2}{a} + \frac{kq^2}{\sqrt2 a} = \frac{kq^2}{a}\left(2+\frac{1}{\sqrt2}\right) \Rightarrow E = \frac{4kq^2}{a}\left(2+\frac{1}{\sqrt2}\right)$

после в момент, когда они на одной прямой:

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

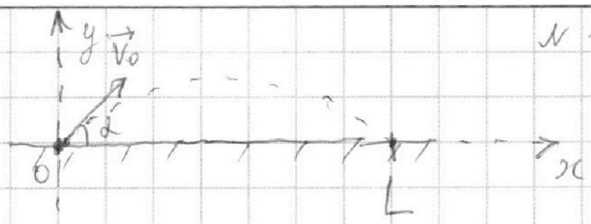
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№ 1

$\alpha = \frac{\pi}{4}$

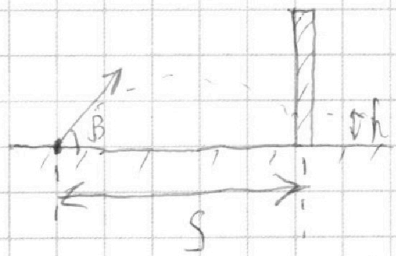
$L = 20$ м



1) $L = V_0 \cos\alpha \cdot t = V_0 \cos\alpha \cdot \frac{2V_0 \sin\alpha}{g} = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}$

$\Rightarrow V_0 = \boxed{\sqrt{\frac{gL}{\sin 2\alpha}}} = \sqrt{\frac{2\cdot 100}{1}} = \boxed{10\sqrt{2}\ \left(\frac{м}{с}\right)}$

2)



$h_{max} = H = 3{,}6$ м

$h = V_0 \sin\beta \cdot t - \frac{gt^2}{2}$

$t = \frac{S}{V_0 \cos\beta}$

$\Rightarrow h(\beta) = V_0 \sin\beta \cdot \frac{S}{V_0\cos\beta} - \frac{g}{2}\cdot\frac{S^2}{V_0^2\cos^2\beta} = S\,tg\,\beta - \frac{gS^2}{2V_0^2\cos^2\beta} =$

$\cancel{\frac{dh(\beta)}{d\beta} = \frac{S}{\cos^2\beta} - \frac{gS^2}{2V_0^2}\cdot\left(-2\cdot\frac{1}{\cos^3\beta}\right.}$

$= S\,tg\,\beta - \frac{gS^2}{2V_0^2}\cdot\frac{2}{1+\cos(2\beta)} = S\,tg\,\beta - \frac{gS^2}{V_0^2(1+\cos 2\beta)}$

$\Rightarrow \frac{d}{d\beta} h(\beta) = \frac{S}{\cos^2\beta} - \frac{gS^2}{V_0^2}\cdot\left(-\frac{-2\sin(2\beta)}{(1+\cos(2\beta))^2}\right) = \frac{S}{\cos^2\beta} - \frac{2gS^2\sin(2\beta)}{V_0^2(1+\cos(2\beta))^2} = 0$

$\Rightarrow S = \frac{\cancel{2}gS^2}{V_0^2}\,\frac{\sin(2\beta)\cdot\frac{1+\cos(2\beta)}{\cancel{2}}}{(1+\cos(2\beta))^{\cancel{2}}} = \frac{gS^2}{V_0^2}\,\frac{\sin(2\beta)}{1+\cos(2\beta)}$

$\Rightarrow \frac{gS}{V_0^2} = \frac{1+\cos(2\beta)}{\sin(2\beta)} \xRightarrow{k=\frac{gS}{V_0^2}} k\sin(2\beta) = 1+\cos(2\beta)$

$\Rightarrow 2k\sin\beta\cos\beta = 1 + 2\cos^2\beta - 1 \Rightarrow \cos^2\beta - k\sin\beta\cos\beta = 0$

$\Rightarrow$ ~~1) $\cos\beta = 0$~~

2) $\cos\beta = k\sin\beta$

$\Rightarrow tg\,\beta = \frac{1}{k} = \frac{V_0^2}{gS} \Rightarrow \frac{1 - \cos^2\beta}{\cos^2\beta} = \frac{V_0^4}{g^2S^2}$

$\Rightarrow \frac{1}{\cos^2\beta} - 1 = \frac{V_0^4}{g^2S^2}$

$\Rightarrow \cos^2\beta = \frac{1}{\cancel{\ }}$

$\Rightarrow H = S \cdot \frac{V_0^2}{gS}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\cos^2\beta = \frac{1}{1+\frac{V_0^4}{g^2S^2}} = \frac{g^2S^2}{g^2S^2+V_0^4}$$

$$\Rightarrow H = S\cdot\frac{V_0^2}{gS} - \frac{gS^2}{2V_0^2\cdot\frac{g^2S^2}{g^2S^2+V_0^4}} = \frac{V_0^2}{g} - \frac{gS^2(g^2S^2+V_0^4)}{2V_0^2\cdot g^2S^2} =$$

$$= \frac{V_0^2}{g} - \frac{g^2S^2+V_0^4}{2V_0^2 g} = \frac{V_0^2}{g} - \frac{\frac{gS^2}{V_0^2}+\frac{V_0^2}{g}}{2}$$

$$\Rightarrow 2H - 2\frac{V_0^2}{g} = -\frac{gS^2}{V_0^2} - \frac{V_0^2}{g}$$

$$\cancel{\frac{V_0^2}{g} - 2H} = 2H - \frac{2V_0^2}{g} + \frac{V_0^2}{g} = -\frac{gS^2}{V_0^2} \Rightarrow 2H - \frac{V_0^2}{g} = -\frac{gS^2}{V_0^2}$$

$$\Rightarrow S^2 = \frac{V_0^4}{g^2} - \frac{2HV_0^2}{g} \Rightarrow S = \sqrt{\frac{V_0^4}{g^2}-\frac{2HV_0^2}{g}} =$$

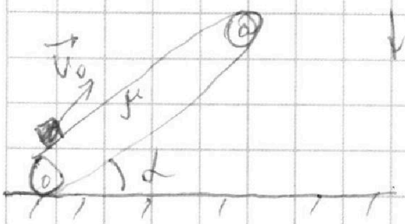
$\mu + \mu = \frac{1}{\mu}\cdot\mu^2$

$\cancel{\mu^2 = \frac{\mu^3/c^3}{\mu^2/c^4}}$

$$= V_0\sqrt{\frac{V_0^2-2gH}{g^2}} = \boxed{\frac{V_0}{g}\sqrt{V_0^2-2gH}} =$$

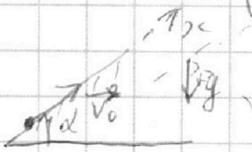
$$= \frac{10\sqrt{2}}{10}\sqrt{100\cdot2-2\cdot10\cdot3,6} = \sqrt{2}\cdot\sqrt{2\cdot64} = 2\cdot8 = \boxed{16\ (м)}$$

№ 2



$\vec g$

1)



$\cancel{S} = \dot x = V_0 - gt\sin\alpha$

перемещение будет равно пути

$\Rightarrow x = V_0t - \frac{g t^2\sin\alpha}{2}$

$$x(T) = \boxed{V_0T - \frac{gT^2}{2}\sin\alpha} =$$

$= 6\cdot1 - 5\cdot1^2\cdot0,6 =$

$= \boxed{3\ (м)}$

2) $m\ddot x = -mg\sin\alpha - mg\cos\alpha\,\mu \Rightarrow \ddot x = -g\sin\alpha - g\mu\cos\alpha = g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)$

$\Rightarrow \dot x = V_0 - gt(\sin\alpha+\mu\cos\alpha) = \cancel{U}$

$$\dot x(T_1) = U = V_0 - gT_1(\sin\alpha+\mu\cos\alpha) \Rightarrow T_1 = \boxed{\frac{V_0-U}{g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}} =$$

$$= \frac{5}{10(0,6+0,5\cdot0,8)} = \frac{1}{2\cdot1} = \boxed{0,5\ (с)}$$

3) Сравним значение максимальной силы трения покоя и составляющей силы тяжести, направленной вдоль ленты транспортера.