



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-16;80)$, $Q(2;80)$ и $R(18;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.
- а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
- б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1 Пусть $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ - степени входящих двойки

в числе a, b, c соответственно. $ab: 2^8 \Rightarrow \alpha_1 + \alpha_2 \geq 8$;

$bc: 2^{12} \Rightarrow \alpha_2 + \alpha_3 \geq 12$; $ac: 2^{14} \Rightarrow \alpha_3 + \alpha_1 \geq 14$.

$$\left. \begin{array}{l} \alpha_1 + \alpha_2 \geq 8 \\ \alpha_2 + \alpha_3 \geq 12 \\ \alpha_1 + \alpha_3 \geq 14 \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \geq \frac{8+12+14}{2} = 17. \text{ Значит, } abc$$

точно делится на $2^{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} = 2^{17}$.

Пусть $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ - степени входящих тройки

в числе a, b, c соответственно. Тогда $\beta_1 + \beta_2 \geq 14$,
 $\beta_2 + \beta_3 \geq 20$, $\beta_3 + \beta_1 \geq 21 \Rightarrow \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \geq \frac{14+20+21}{2} =$

$= \frac{55}{2} = 27,5$; $a, b, c \in \mathbb{N}$, поэтому $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \geq 28$ и

abc делится на 3^{28} .

Наконец, $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ - степени входящих пятёрки
в a, b, c соответственно. Тогда

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta_1 + \delta_2 \geq 12 \\ \delta_2 + \delta_3 \geq 17 \\ \delta_3 + \delta_1 \geq 39 \end{array} \right. \Rightarrow \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 \geq \frac{12+17+39}{2} = 34$$

~~а тогда $abc \geq 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{34}$, поэтому $abc \geq 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{34}$~~

Однако, $\delta_3 + \delta_1 \geq 39$, поэтому $\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 \geq 39$ и
 $abc: 5^{39}$.

$abc: 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$, поэтому $abc \geq 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$

Пример: $a = 2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{17}$, $b = 2^3 \cdot 3^6 \cdot 5^0$, $c = 2^9 \cdot 3^{14} \cdot 5^{22}$.

$$ab = 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} : 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$$

$$bc = 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{22} : 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{22}; \quad abc = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$$

$$ac = 2^{14} \cdot 3^{22} \cdot 5^{39} : 2^{14} \cdot 3^{22} \cdot 5^{39}$$

Ответ: $2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$

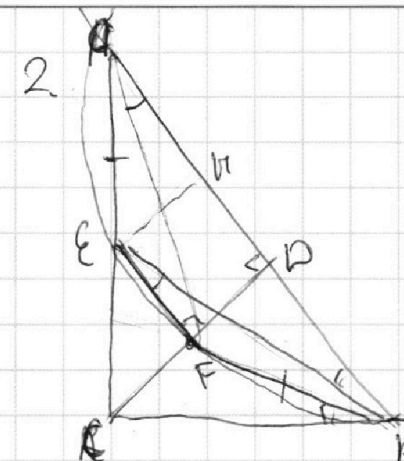
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Заметим, что $AEBF$ - равнобедренная трапеция, если A ~~не~~ на окружности, т.к. $\angle AFE = \angle CBE = \angle BAF = \angle FBC = \angle EFB = \angle EBA$.

~~Дано~~

Опустим перпендикуляр EH на AB . $\triangle EAH = \triangle FBD$.

Пусть $AD = 5x$, $BD = 2x = AH$. $HD = 3x = EF$.

$$\angle CAB = \alpha = \angle DCB, CD = \sqrt{AD \cdot DB} = \sqrt{10}x \quad \sin \alpha = \frac{BD}{CD} =$$

$$= \frac{2}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{5}, \quad \angle EBC = \angle EAB = \alpha = \angle FBD, \text{ поэтому}$$

$$EA = BD \cdot \tan \alpha = \frac{2 \cdot 2x}{\sqrt{10}} = \frac{4x}{\sqrt{10}} \quad CF = \sqrt{10} - \frac{4}{\sqrt{10}}x =$$

$$= \frac{6}{\sqrt{10}}x. \quad S_{\text{ARC}} = \frac{1}{2} \cdot 7x \cdot \sqrt{10}x = \frac{7\sqrt{10}}{2}x$$

$$S_{EFC} = \frac{1}{2} \cdot EF \cdot FC = \frac{1}{2} \cdot 3x \cdot \frac{6}{\sqrt{10}}x = \frac{9}{\sqrt{10}}x.$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{EFC}} = \frac{7\sqrt{10}}{2} \cdot \frac{\sqrt{10}}{9} = \frac{710}{18} = \frac{35}{9}.$$

Теперь найдем, что A обязательно лежит на окружности:

Величина радиуса окружности, $\angle CFE$ растет, а угловая - уменьшается, поэтому для треугольника ABC существует только одна окружность удовлетворяющая условию A на окружности, проходящая через A удовлетворяет условию, поэтому других ответов нет.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3. Заметим, что при $x \in [0; \pi]$,

$\arcsin(\cos x) = \frac{\pi}{2} - x$, Действительно, если
взять сумму от обеих частей получим
 $\cos x = \sin(\frac{\pi}{2} - x) = \sin \frac{\pi}{2} \cos x - \cos \frac{\pi}{2} \sin x = \cos x$.

При $x \in [\pi; 2\pi]$ $\arcsin(\cos x) =$

$$= \arcsin(-\cos(x-\pi)) = \arcsin(\cos(2\pi-x)) \neq$$

$$2\pi-x \in [0; \pi], \text{ поэтому } \arcsin(\cos(2\pi-x)) =$$

$$= \frac{\pi}{2} - 2\pi + x = x - \frac{3\pi}{2}; \arcsin(\cos x) = \arcsin$$

$$= \arcsin(\cos(x+2\pi)), \text{ поэтому}$$

график $10 \arcsin(\cos x)$ повторяется с периодом

2π . Макс. значение $\arcsin(\cos x) = \frac{\pi}{2}$, а

минимальное $-\frac{\pi}{2}$. значит, макс. и мин.

значения y -и $10 \arcsin(\cos x) = 20 \pm 5\pi$.

найдем x , при которых $-5\pi \leq \pi - 2x \leq 5\pi$

$$-6\pi \leq -2x \leq 4\pi \quad 3\pi \geq x \geq -2\pi$$

Рассмотрим все участки $[-2\pi; \pi]; [-\pi; 0];$

$[0; \pi]; [\pi; 2\pi]; [2\pi; 3\pi]$

$$1) x \in [-2\pi; \pi] \quad 10 \arcsin(\cos x) = \frac{10\pi}{2} - (x+2\pi) =$$

$$\frac{3\pi}{2} - x = \pi - 2x \quad x \geq \frac{5\pi}{2} \quad \text{Подчеркнуто}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} 3 \text{ (прод.) } 10 \left(\frac{\pi}{2} - (x + 2\pi) \right) &= 5\pi - 10x + 20\pi = \\ &= \pi - 2x \quad 8x = -16\pi \quad x = -2\pi, \text{ подходит.} \end{aligned}$$

$$2) x \in \left[-\pi; 0 \right]$$

$$\begin{aligned} 10 \arcsin(\cos x) &= 10 \left(x + 2\pi - \frac{3\pi}{2} \right) = \\ &= 10x + 5\pi = \pi - 2x \quad 12x = -4\pi \quad x = -\frac{\pi}{3}, \\ &\text{подходит.} \end{aligned}$$

$$3) x \in [0; \pi]$$

$$\begin{aligned} 10 \arcsin(\cos x) &= 10 \left(\frac{\pi}{2} - x \right) = 5\pi - 10x = \pi - 2x \\ \Rightarrow 9x &= 4\pi \quad x = \frac{4\pi}{9}, \text{ подходит.} \end{aligned}$$

$$4) x \in [\pi; 2\pi]$$

$$\begin{aligned} 10 \arcsin(\cos x) &= 10x - 15\pi = \pi - 2x \\ 12x &= 16\pi \quad x = \frac{16}{12}\pi = \frac{4}{3}\pi, \text{ подходит.} \end{aligned}$$

$$5) x \in [2\pi; 3\pi]$$

$$\begin{aligned} 10 \arcsin(\cos x) &= \left(\frac{\pi}{2} - (x - 2\pi) \right) \cdot 10 = 5\pi - 10x + 20\pi = \\ &= \pi - 2x \quad 8x = 24\pi \quad x = 3\pi, \text{ подходит.} \end{aligned}$$

Получаем корни: $-2\pi; -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}; \frac{4}{3}\pi; 3\pi$.

Ответ: $-2\pi; -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}; \frac{4}{3}\pi; 3\pi$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

МФТИ



- 1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

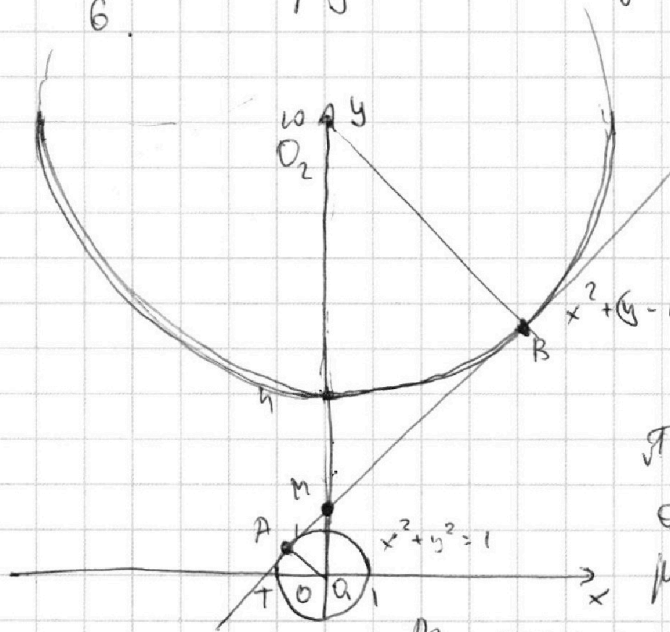
4. Второе уравнение равносильно совокупности

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + y^2 - 20y + 100 = 36 \end{cases}$$

1
6

и окружности с центром $(0, 10)$ и радиусом

Получается, решение совокупности будут лемба на окружности с центром $(0, 0)$ и радиусом 1 и окружности с центром $(0, 10)$ и радиусом 6



Для того, чтобы исходная система имела и решение прямой $ax - 3y + 4b = 0$ прямая пересекать каждую окружность в 2 различных точках.

Пусть AB — общая касательная окружностей, как на рисунке. A, B — точки касания.

M — точка пересечения AB и оси ординат.

O_1 — центр единичной окружности, O_2 — центр второй окружности. Тогда $\triangle O_2 B M \sim \triangle O_1 A M$ с коэф. $\frac{R_2}{R_1} = 6$, т.к. $\angle O_2 B M = \angle O_1 A M$, $\angle A M O_1 = \angle O_2 M B$. Тогда $O_1 M = O_1 O_2 \cdot \frac{R_1}{R_2} = \frac{10}{7}$. $M(0; \frac{10}{7})$.

Пусть T — точка пересечения AM и оси ординат.

Тогда $OT = \frac{1}{\cos \angle A O_1 T} = \frac{1}{\cos \angle A M O_1}$

$\sin \angle A M O_1 = \frac{1}{\frac{10}{7}} = \frac{7}{10}$, $\cos \angle A M O_1 = \sqrt{1 - \frac{49}{100}} = \frac{\sqrt{51}}{10}$

$OT = \frac{10}{\sqrt{51}}$ $T(-\frac{10}{\sqrt{51}}; 0)$. Теперь можем вычислить

угловой коэффициент AB: $\frac{10}{7} : \frac{10}{\sqrt{51}} = \frac{\sqrt{51}}{7}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

χ (прод.) = $\frac{\sqrt{51}}{7}$. А у нас все коэффициенты

второй общей касательной равны $-\frac{\sqrt{51}}{7}$ и
симметричны. Тогда для любой прямой
вида $y = kx + l$, где $k \in (-\infty; -\frac{\sqrt{51}}{7}) \cup (\frac{\sqrt{51}}{7}; +\infty)$
можно подобрать значение l так, что
прямая пересекает окружность в 4 различных
точках, а для остальных значений k не будет
никакой прямой: $y = \frac{ax + 4b}{3}$.

$\frac{a}{3} \in (-\infty; -\frac{\sqrt{51}}{7}) \cup (\frac{\sqrt{51}}{7}; +\infty)$; $\frac{4b}{3}$ принимает

все действ. значения, поэтому

$a \in (-\infty; -\frac{3\sqrt{51}}{7}) \cup (\frac{3\sqrt{51}}{7}; +\infty)$

Ответ: $(-\infty; -\frac{3\sqrt{51}}{7}) \cup (\frac{3\sqrt{51}}{7}; +\infty)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

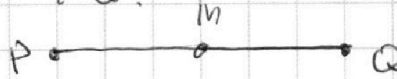
1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

6. Зафиксируем точку (x_2, y_2) . Тогда для содвигания равенства $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$ точки x_1 и x_2 должны лежать на прямой $y = -5x + 5x_2 + y_2 - 45$, которая параллельна OP , т.к. OP лежит на прямой $-\frac{80}{16}x + z = -5x$. Точка (x_2, y_2) лежит на прямой $y = -5x + 5x_2 + y_2$, которая получена сдвигом прямой $y = -5x + 5x_2 + y_2 - 45$ на $\frac{45}{5} = 9$ ед. вверх по оси x . На такой прямой виде $-5x + b$ содержится

$1 + \text{НОД}(16, 80) = 17$ точек с целочисленными координатами если она проходит через параллелограмм и пересекает PQ и OR в точках с целочисленными координатами или 16 точек с целочисленными координатами если прямая проходит через какую-то точку с целочисленными координатами но не пересекает PQ и OR в точках с целочисленными координатами. Рассмотрим PQ .

 Пусть M — середина PQ . Тогда если (x_2, y_2) лежит на ~~интервале отрезке~~ ~~отрезке~~ PM не выходя за M прямой виде $-5x + b$, которая не пересекает отрезка MQ , то (x_2, y_2) не сможет лежать внутри параллелограмма, т.к. нулю прямую $5x + b$ сдвинуть ~~вправо~~ влево на 9, а $PM = 9$. ~~на~~ Через отрезок MQ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

6 (продолж.)
можно провести 10 прямых через целочисленные точки и $3 \cdot 5 = 45$ прямых, которые пересекают MQ не в целой точке, но содержат целые точки. Для каждой из 10 прямых есть 17 способов выбрать (x_2, y_2) и для каждого из этих способов есть 17 способов выбрать (x_1, y_1) . Для каждой из 45 прямых есть 16 способов выбрать (x_2, y_2) и для каждого из этих способов есть 16 способов выбрать (x_1, y_1) . Тогда кол-во пар A, B равно $10 \cdot 17 \cdot 17 + 45 \cdot 16^2 = 14410$

Ответ: 14410.

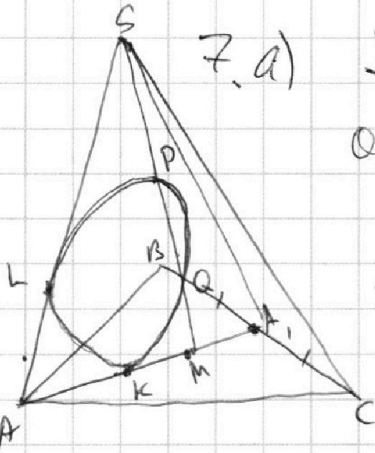
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



7.а) Рассмотрим сферу SA_1 :

Окружность (LKQ) касается

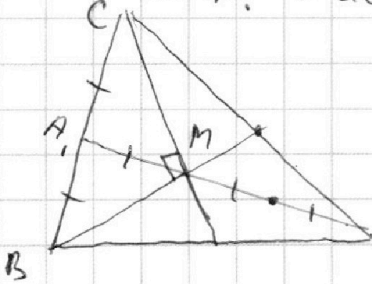
SA и AA_1 в L и K ,

тогда $SL^2 = SP \cdot SQ = MP \cdot MQ =$

$= MK^2 \Rightarrow SL = MK \quad AL = AK, \text{ т.к.}$

AL и AK - касательные, поэтому

$AM = SA = BC$. Рассмотрим $\triangle ABC$:



$AM = \frac{AM}{2} = \frac{BC}{2}$, поэтому $\angle CMB = 90^\circ$.

Опустим MH_1 и AH_1 - перпендикуляры

A на BC . $\frac{MA_1}{AA_1} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{MH_1}{AH_1}$, отсюда

$$\frac{S_{BMC}}{S_{BAC}} = \frac{1}{3} \Rightarrow S_{BMC} = \frac{100}{3} = \frac{1}{2} MC \cdot BM = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} CC_1 \cdot \frac{2}{3} BB_1 =$$

$$= \frac{2}{9} BB_1 \cdot CC_1 \Rightarrow BB_1 \cdot CC_1 = \frac{100 \cdot 9}{2} = 450. \quad AA_1 = \frac{3}{2} AM =$$

$$= \frac{3}{2} BC = 24 \Rightarrow AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 150 \cdot 24 = 3600$$

Ответ: 3600

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{39}{17} \\ \underline{\quad} \\ 22$$

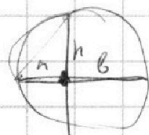
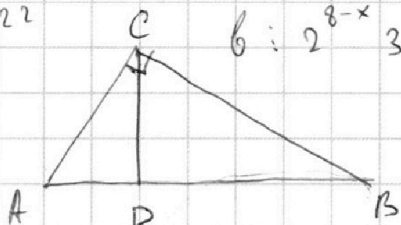
$$a: 2^x 3^y 5^z$$

$$a = 2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{12}$$

$$b: 2^{8-x} 3^{14-y} 5^{12-z}$$

$$b = 2^3 \cdot 3^6 \cdot 5^0$$

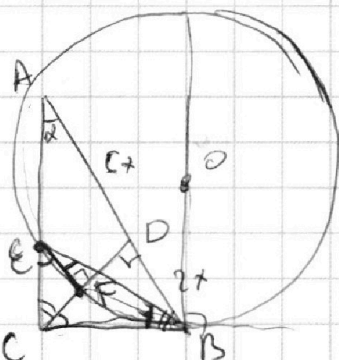
$$h^2 = ab \quad c = 2^9 \cdot 3^{14} \cdot 5^{22}$$



$$c: 2^{14-x} 3^{21-y} 5^{39-z}$$

$$12^{29} + 6 + 8 + 14 = 28$$

$$\frac{AD}{DB} = \frac{5}{2}$$



$$CO = \sqrt{10}x$$

$$\begin{array}{r} + 12 \\ - 24 \\ \hline + 29 \\ + 39 \\ \hline 68 \end{array} \quad 34$$

$$\frac{AC \cdot CB}{CF \cdot FE} = ?$$

$$25x^2 + 10x^2 = 35x^2$$

$$AC = \sqrt{35}x$$

$$\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 27,5$$

$$\beta_1 = 27,5 - 20 = 7,5$$

$$\beta_2 = 6,5$$

$$\beta_3 = 13,5$$

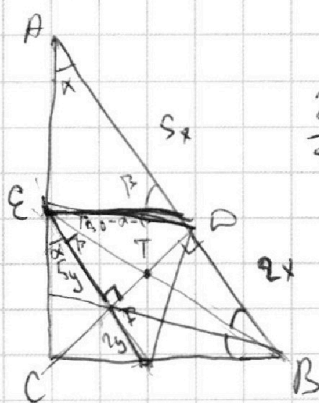
$$\tan \alpha = \frac{\sqrt{10}x}{5x} = \frac{\sqrt{10}}{5} = \frac{2}{\sqrt{10}}$$

$$\sin \alpha =$$

$$(\sqrt{10}x)^2 + 5^2x^2 = 35x^2$$

$$\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{35}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$$

$$\angle CBF = \angle EPB = \angle EBA$$



$$\frac{2x}{5y} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$$

$$\frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$bc = 2^{\geq 22-2x} 3^{\geq 35-2y} 5^{\geq 51-2z}$$

$$abc \geq 2^{22-x} 3^{35-y} 5^{51-z}$$

$$ab: 2^8$$

$$a = 2^x$$

$$x+y \geq 8$$

$$x+y+z \geq 17$$

$$bc: 2^{12}$$

$$b = 2^y$$

$$y+z \geq 12$$

$$17-8=9$$

$$ac: 2^{14}$$

$$c = 2^z$$

$$x+z \geq 14$$

$$c = 2^9 \quad a = 2^5 \quad b = 2^3$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



a, b, c

$$ab = x^8 2^3 3^{14} 5^{12}$$

$$bc = y^{12} 2^{12} 3^{20} 5^{12}$$

$$ac = z^{14} 2^{14} 3^{21} 5^{38}$$

12
+ 12

24

$$b = \sqrt{\frac{xy}{z}} 2^3 3^{16,5} 5^{-5}$$

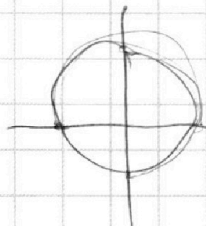
$$b = \sqrt{\frac{xy}{z}} \frac{2^3 3^6 \sqrt{3}}{5^5}$$

$$a^2 b^2 c^2 = x^4 y^4 z^2 2^{34} 3^{55} 5^{68}$$

$$abc = \sqrt{xyz} 2^{17} 3^{\frac{55}{2}} 5^{34}$$

$$xyz = ?$$

$$\frac{AC \cdot CB}{CE \cdot AB} = \frac{CT \cdot AB}{AT \cdot BC}$$



$$\frac{\sqrt{14} AC}{7 CE} = \frac{7 AT}{7 CE}$$

$$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$\arcsin(\sqrt{1 - \sin^2 x})$$

$$\arcsin(\sin x) = x$$

$$\arcsin(\cos x) = -x + \frac{\pi}{2}$$

$$-10x + 5\pi = \pi - 2x$$

$$8x = 4\pi$$

$$x = \frac{\pi}{2}$$

$$ax - 3y + 4b$$

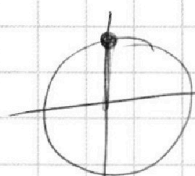
$$y = \frac{ax + 4b}{3}$$

$$\arcsin(\cos \pi) = -\frac{\pi}{2}$$

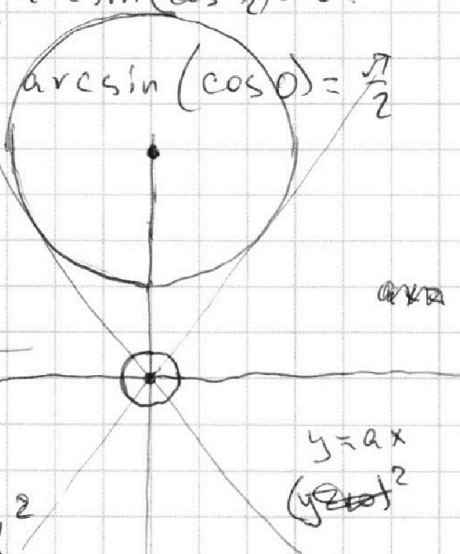
$$x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\arcsin(\cos \frac{\pi}{2}) = 0$$

$$\arcsin(\cos 0) = \frac{\pi}{2}$$



$$x^2 + y^2 = 1^2$$



$$x^2 + y^2 - 20y + 100 = 36$$

$$x^2 + (y - 10)^2 = 6^2$$

$$x^2 + y^2 - 20y + 64 = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_5^n(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{3x^3} 625 - 3$$

$$\log_5^n y + n \log_{y^3} 5 = \log_{3y^3} 0,2 - 3$$

$$\log_5^n 3$$

$(-16,80)$ P
 $(2,80)$ Q

$$y = -5x + y_2 + 5x_2$$

$$y_2 = -5x_2 + b$$

$$b = y_2 + 5x_2$$

$(0,0)$ $(18,0)$

$$\log_a^2 b = \log_a b \log_a b = \log_a b \log_a b$$

$$a^x = b^{\log_a b}$$

$$f = \frac{5x_2 + y_2 - 45 - 4}{5}$$

5

$$x = \frac{y_2 + 5x_2}{5}$$

$(2, 80)$

$$y_2 = 5x_1 + y_1 - 5x_2 + 45$$

$$y_1 = 80$$

$$x_1 = 4$$

$$2 - x_1 = 45$$

$$x_1 = -43$$

$$y_1 = 125 - 5x_1$$

$$x = \frac{-80}{16} = 5$$

$\begin{array}{r} \times 12 \\ 12 \\ \hline + 118 \\ 12 \\ \hline 2890 \end{array}$

 $\begin{array}{r} \times 256 \\ 45 \\ \hline + 1280 \\ 1024 \\ \hline 11520 \\ + 2890 \\ \hline 14410 \end{array}$



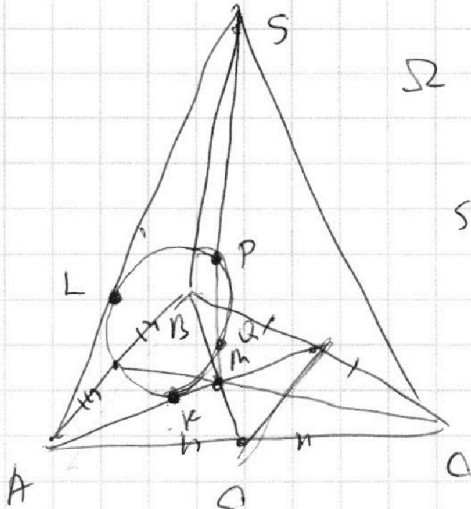
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

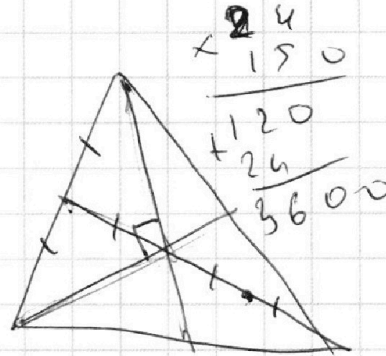


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

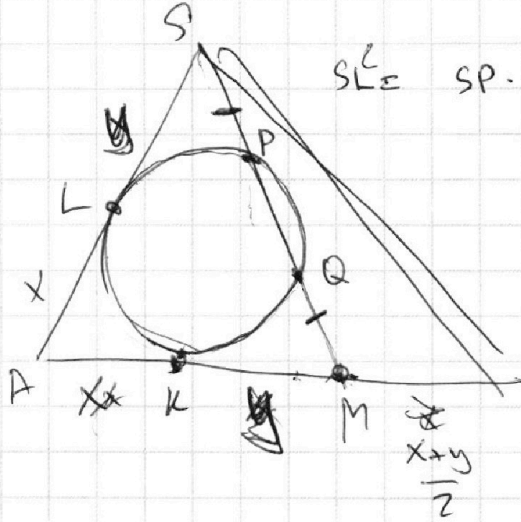


Ω

$SP = MQ$

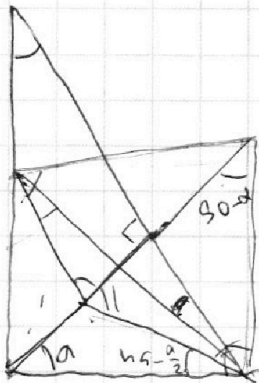
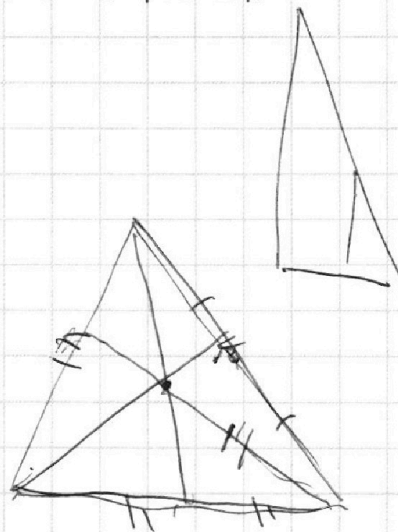


$$\begin{array}{r}
 \times 24 \\
 150 \\
 \hline
 + 120 \\
 + 24 \\
 \hline
 3600
 \end{array}$$



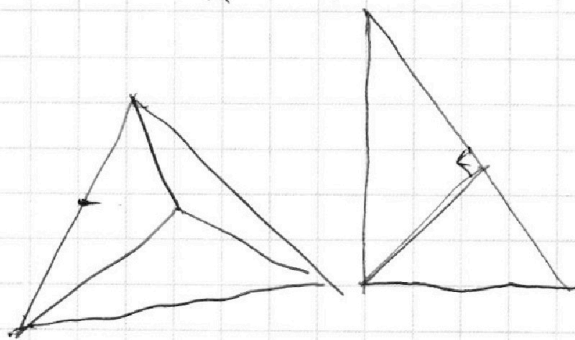
$SL \perp SP \cdot SQ = MQ \cdot AP = x^2$

$SA = AM$



90°
 $45 + \frac{\alpha}{2}$

$90 - \alpha$
 $45 - \frac{\alpha}{2}$



$90 - \alpha$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

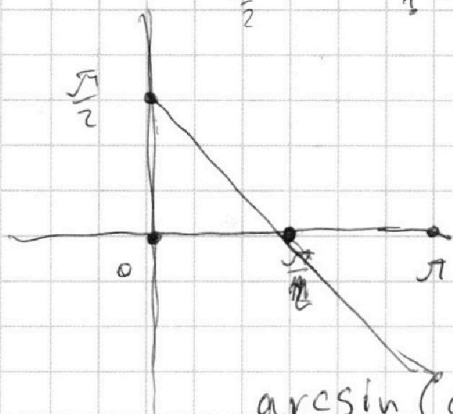
- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$



$$\arcsin(1 - \sin^2 x)$$

~~arcsin(x)~~

$$\sin(\arcsin(\cos x)) =$$

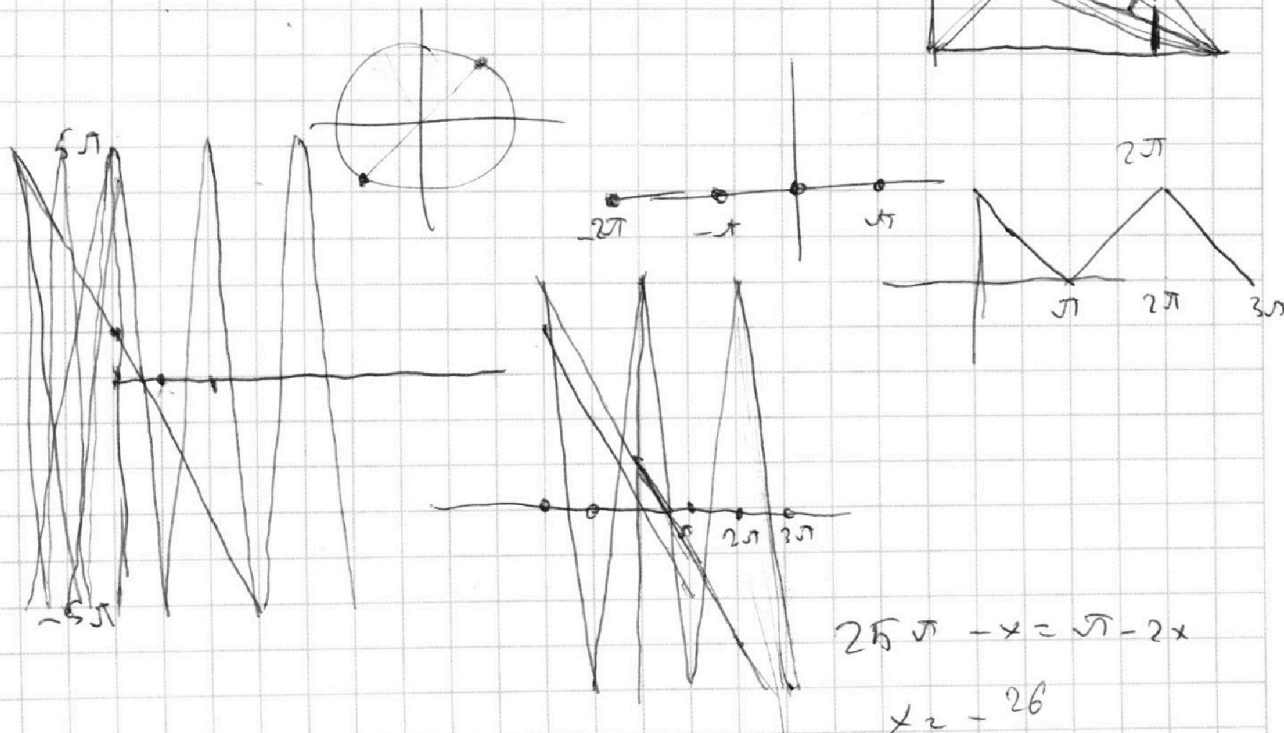
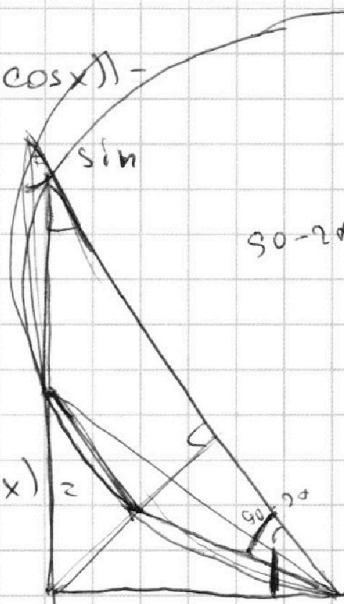
$$= \cos x$$

$$\arcsin(\cos x) = \frac{\pi}{2} - x$$

$$x \in [0; \pi]$$

$$\sin \cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\arcsin(\cos(x + \pi)) = \arcsin(-\cos x) =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x_1 \in \dots x_2 + x_3 - 38$$

$$x_2 + x_3 - 38 \geq 0$$

$$a^2 bc : 5^{28}$$

$$bc : 5^{28}$$

$$AC = 14x$$

$$AC = \sqrt{5}x$$

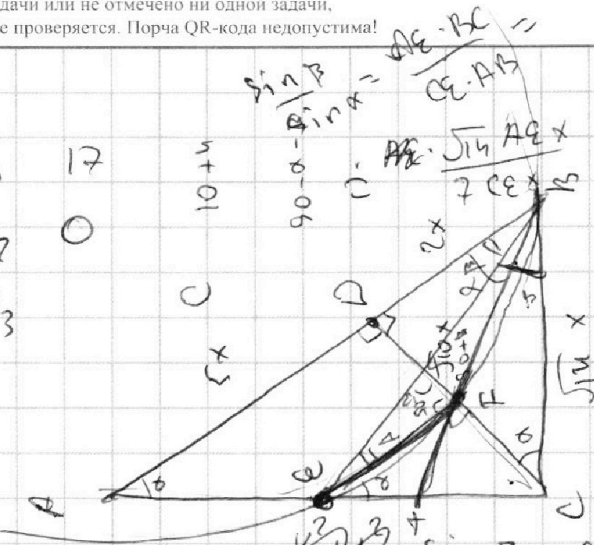
$$\alpha_1 = 17$$

$$\alpha_2 = 0$$

$$\alpha_3 = 0$$

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{AE \cdot BC}{CE \cdot AB}$$

$$90 - \alpha - \beta = \alpha$$



$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{CT \cdot AB}{TA \cdot TC}$$

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$x^2 + y^2 - 1 = ax + by$$

$$y = ax + b$$

$$51 = 3 \cdot 17$$

$$10 - y = 6y$$

$$10 = 7y$$

$$y = \frac{10}{7}$$

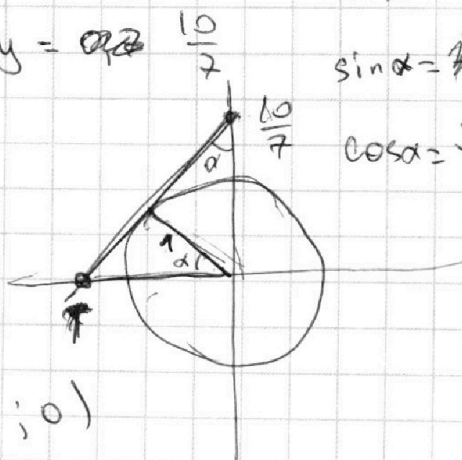
$$x = -\frac{1}{\cos \alpha}$$

$$\sin \alpha = \frac{7}{10}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{51}}{10}$$

$$x^2 - kx + y^2 + y - \frac{17}{7} = 0$$

$$a = \frac{10}{7} \cdot \frac{1}{\sqrt{51}} = \frac{10}{7\sqrt{51}}$$



$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \sim \frac{FC \cdot AC}{FC \cdot AC}$$

Step



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

