



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~а б дел на $2^{15} \cdot 7^{11}$~~ \Rightarrow сумма степеней
чисел x_a, x_b, x_c - это степень на факторы
каждо на которые дел чисел а в с.

пусть y_a, y_b, y_c - это более степени 7
на которые дел а в с

т.к а б дел на $2^{15} \cdot 7^{11}$ то

$$x_a + x_b \geq 15 \quad \text{и} \quad y_a + y_b \geq 11 \quad \text{т.к}$$

это необходимые условия для деления

на $2^{15} \cdot 7^{11}$. при умножении степеней
складываются ($a^x \cdot a^y = a^{x+y}$)

т.к в с дел на $2^{17} \cdot 7^{18}$ то

$$x_b + x_c \geq 17 \quad y_b + y_c \geq 18.$$

т.к а с дел на $2^{23} \cdot 7^{39}$.

$$\text{то} \quad x_a + x_c \geq 23$$

$$y_a + y_c \geq 39.$$

$$\begin{cases} x_a + x_b \geq 15 \\ x_b + x_c \geq 17 \\ x_a + x_c \geq 23 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_a + y_b \geq 11 \\ y_b + y_c \geq 18 \Rightarrow \\ y_a + y_c \geq 39. \end{cases}$$

$$y_a + y_b + y_c \geq \frac{59}{2} \geq 34.$$

$$\Rightarrow (x_a + x_b + x_c) \geq 55$$

$$\text{т.к} \quad x_a + x_b + x_c \geq \frac{55}{2} = 27,5$$

т.к x_a, x_b, x_c - натур (т.к а в с натур)

$$\text{то} \quad x_a + x_b + x_c \geq 28$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

следовательно $a \cdot b \cdot c$ также дел
на $2^{28} \cdot 7^{34}$ но. н. к $a \cdot b \cdot c$ дел на 7^{39}

и то $a \cdot b \cdot c$ также должно делиться
на $7^{39} \Rightarrow a \cdot b \cdot c$ также дел на $2^{28} \cdot 7^{39}$

иными словами $a \cdot b \cdot c$ дел на $2^{28} \cdot 7^{39}$ то
 $a \cdot b \cdot c \geq 2^{28} \cdot 7^{39}$

пример когда $a \cdot b \cdot c = 2^{28} \cdot 7^{39}$

$$a = 2^{10} \cdot 7^{11}$$

$$b = 2^5 \cdot 7^{28}$$

$$c = 2^{13} \cdot 7^{28}$$

$$a \cdot b = 2^{15} \cdot 7^{22}$$

$$b \cdot c = 2^{18} \cdot 7^{28}$$

$$a \cdot c = 2^{23} \cdot 7^{39}$$

Ответ: $2^{28} \cdot 7^{39}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

a и b не взаимно просты, иначе a^2 не взаимно просто с $b^2 \Rightarrow a$ не взаимно просто с b .

пример когда $m = 9$.

$$a = 4 \quad b = 5.$$

$$\frac{4+5}{4^2 - 7 \cdot 4 \cdot 5 + 5^2} = \frac{9}{-99} = -\frac{1}{11}.$$

Ответ: $m = 9$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a+b}{a^2+2ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-2ab}$$

пусть m макс
учало на которое
их можно сокра-
тить.

$$a+b \quad (a+b)^2-2ab \quad \text{делится на } m.$$

заметьте что если из пробного числа
вынести левое $a+b$ раз то у

~~нас~~ нас НОЗ сократится. и при

добавить левую часть $2a$ раз

то из НОЗ сократится.

$$a+b \quad (a+b)^2-2ab+2a(a+b) = (a+b)(a+b) + 2a(a+b)$$

$$a+b \quad 2a^2 \quad \text{у них НОЗ } m \text{ и они} > 0.$$

теперь сделают тоже самое но

вместо прибавления $2a$ раз при

добавлю $2b$.

$$a+b \quad (a+b)^2-2ab+2b(a+b) = (a+b)(a+b) + 2b(a+b)$$

$$a+b \quad 2b^2 \quad \text{у них НОЗ } m.$$

Известно что $\frac{a}{b}$ несократима \Rightarrow

a взаимно просто с b .

заметьте что $2a^2$ делится на m и

$2b^2$ на m но так как a^2 взаимно просто

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$13 - \frac{2}{\sqrt{2^2 + 289x^2}} = \frac{\sqrt{49 + 49x^2}}{2}$$

$$13 \cdot 2 - 2 = \sqrt{(49 + 49x^2)(2^2 + 289x^2)}$$

$$13^2 + 2^2 + 2^2 = 49 \cdot 49 + 49 \cdot 49x^2 + 289 \cdot 49x^2 + 49 \cdot 289x^4$$

$$289x^4 + 367x^2 - 576 = 0$$

$$x^2 = y$$

$$289y^2 + 367y - 576 = 0$$

$$y_1 = 1 \quad \text{а.т.к. } D \geq 0 \text{ то } y_1 \cdot y_2 = \frac{-576}{289}$$

(имеет решение) то верно.

$$\text{то } y_2 < 0 \Rightarrow x^2 = y_2 < 0$$

нет реш.

$$x^2 = y_1 = 1$$

$$x = 1$$

$$x = -1$$

не подходит.

$$\Rightarrow x = 1$$

$$AB = AC + BC = 2 \text{ и } x = 12$$

$$\text{Ответ: } AB = 12$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

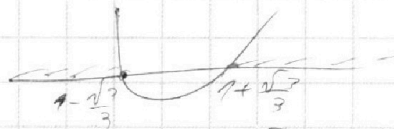
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметим $\sqrt{3x^2 - 6x + 2}$ должно ≥ 0

$$3x^2 - 6x + 2 = 0$$

$$D = 36 - 24 = 12.$$



$$x_1 = \frac{6 + 2\sqrt{3}}{6} \quad x_2 = \frac{6 - 2\sqrt{3}}{6} \Rightarrow x \in \left(-\infty; 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right] \cup \left[1 + \frac{\sqrt{3}}{3}; +\infty\right)$$

возведем обе части в квадрат.

$$3x^2 - 3x + 3 - 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2} \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 18x + 81x^2$$

$$-75x^2 + 15x + 2 = 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2} \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

возведем обе части в квадрат.

возведем обе части в квадрат

Заметим что корни из корней равны $x = \frac{1}{9}$

$$(-75x^2 + 15x + 2) = \left(2\sqrt{3x^2 - 6x + 2} \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1}\right)^2$$

Заметим что у нас будут уравнения 4 степени. и корни из корней равны $\frac{1}{9}$.

Если остальные

корни подставить в исходное уравнение не получится верные решения.

\Rightarrow т.к. все корни при возведении в квадрат не исчезают \Rightarrow решение $x = \frac{1}{9}$.

$$\text{Ответ: } x = \frac{1}{9}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 14$$

$$2 \Delta x + \Delta y = 14$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

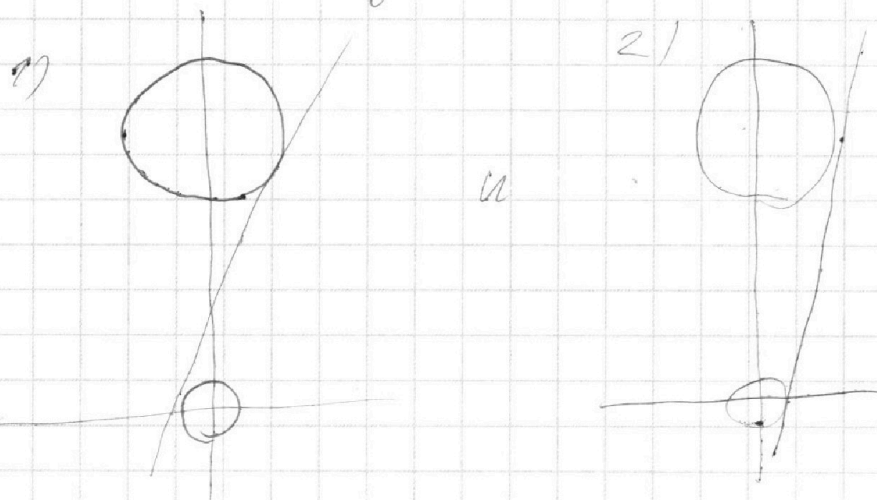
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

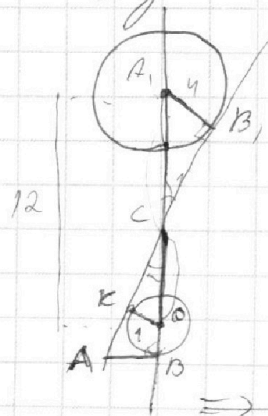


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметим что если касаются из частей окружности прямой касаются внутри окружности, то у системы > 2 решений. \Rightarrow прямая касается только касаясь \Rightarrow она касается сразу двух окружностей. при $a > 0$ у нас есть 2 варианта



1) случай.



пусть $\angle B A_1 B_1 \quad \angle B_1 C B = x \quad CO = CB - r = x - 1$

$A_1 B_1 = 12 \Rightarrow A_1 C = 12 - x$

$\triangle CKO \sim \triangle CA_1 B_1$, $\angle 1 = \angle 2$ и углы по 90°

$\Rightarrow \frac{CO}{KO} = \frac{A_1 C}{A_1 B_1} \Rightarrow \frac{x-1}{1} = \frac{12-x}{4}$

$4x - 4 = 12 - x$

$5x = 16 \quad x = 3,2$

$\Rightarrow a = \text{tg} \angle B_1, AB = \text{tg} \gamma$

$CK = \sqrt{CO^2 - KO^2} = \sqrt{2,2^2 - 1^2} = \sqrt{3,89}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Замечание: у нас ^{$a \neq 0$} всего 2 варианта
касания т.к. ~~у нас а х если бы их
было 3 уравнения.~~

~~$a x + y - 8b = x^2 + y^2 - 1$ и~~

через 1 точку можно провести 1
касательную и также у нас бы
и при $a = \pm 4$ и $a = \pm \sqrt{384}$.

Ответ: $a = \pm 4$ и $a = \pm \sqrt{384}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

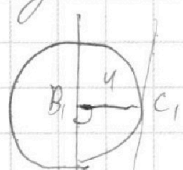


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\alpha = \text{tg} \angle B, AB$ (т.к. α это есть тангенс $\frac{\Delta y}{\Delta x}$)

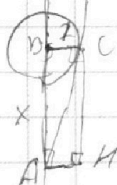
$\alpha = \text{tg} \angle B, AB = \text{tg} \angle KOC = \frac{CK}{KO} = \sqrt{3,84}$

2 случая:



$AB = x$. $\triangle ABC$ и $\triangle B, C_1$ ($\angle A$ общий и углы по 90°)

$\frac{AB}{BC} = \frac{AB_1}{B_1C_1}$



$\frac{x}{x+12} = \frac{x}{4}$ $4x = x+12$
 $x = 4$

$\triangle ABC$ и $\triangle AHC$ прямоугольные ($\angle ABC = 90^\circ \Rightarrow$ можно считать углы)

$\Rightarrow BC = AH$ $HC = AB$

$\alpha = \text{tg} \angle CAH = 4$

т.к. при $\alpha \leq 0$

т.к. наши окружности симметричны относительно Oy то y плюс если решаем при α то $m - \alpha$ получаем

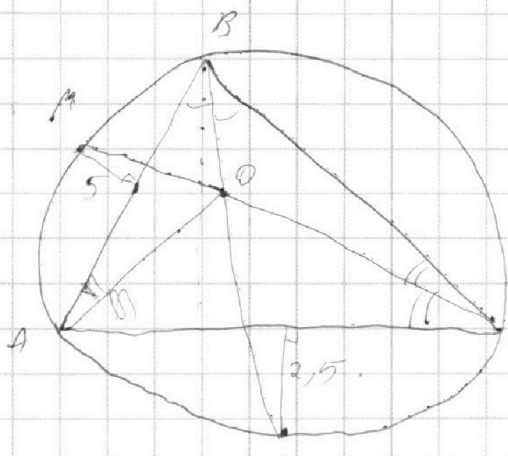
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



докажем, что
CM и BN - биссек-
трисы т.к
дуга AN = дуге NC то
 $\angle ABN = \angle NBC$
т.к они опираются
на одну дугу.

\Rightarrow BN - бисс.

дуга AM = дуге MB $\Rightarrow \angle ACB^M = \angle MCB \Rightarrow$

BM бисс. \rightarrow пересек бисс O являет-
ется центром вписанной окружности.

\Rightarrow OA искомае расстояние

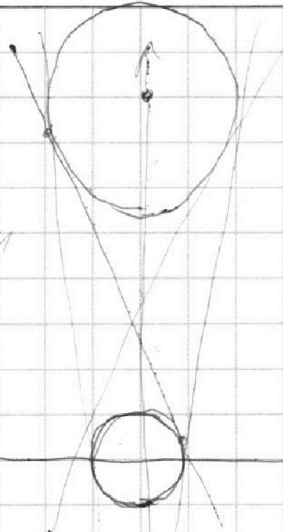
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3 \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3} \right)^2$$

$$3 \left(1 + \frac{3}{9} + 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \right) + 3 \cdot \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3} \right) + 1$$

10

$$27 + 9 + 1 = 37$$

$$12 + 48 + 1 = 61$$

$$3 \cdot 25 + 15 + 1 = 75 + 15 + 1 = 91$$

6

$$3x^2 + 4x + 1$$

$$(x+1)(x+3) - x$$

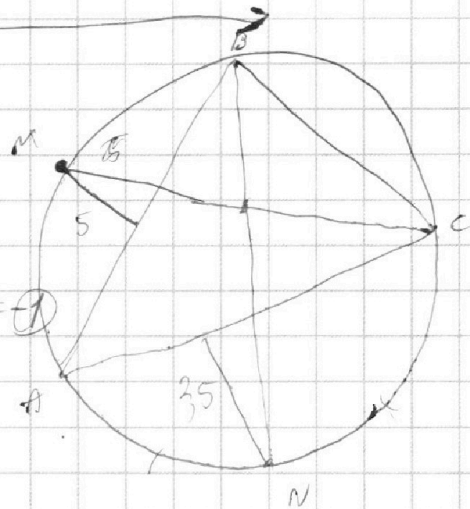
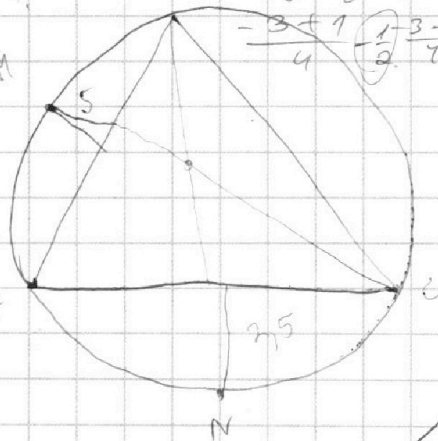
$$3x^2 - 6x + 3$$

$$3(x^2 - 2x + 1)$$

$$3(x-1)^2 - 1$$

$$3x^2 + 3x + 1$$

$$x^2 - 2x^2 + 3x + 1$$



$$3x^2 + 6x + 2$$

$$36 - 24 = 12$$

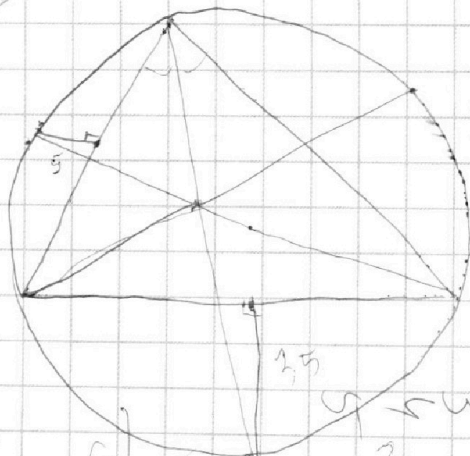
$$\frac{6 + 2\sqrt{3}}{6}$$

$$\frac{6 - 2\sqrt{3}}{6}$$

$$1 + \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$3 \left(x + 1 + \frac{\sqrt{3}}{3} \right) \left(x - 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \right)$$



$$2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 2x + 0y = 2x$$

$$\left(x + 1 + \frac{\sqrt{3}}{3} \right) \left(x - 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \right) (1 - 3\sqrt{x}) (1 + 3\sqrt{x})$$

1 -

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten mathematical work on grid paper:

$$6x^2 - 3x + 3 - 2\sqrt{\dots} = 1 - 18x + 81x^2$$

$$-95x^2 + 15x + 2 = 2\sqrt{\dots}$$

$$225 + 8 \cdot 25$$

$$15^2 (1 + 8 \cdot 3^2)$$

$$\frac{3}{81} - \frac{6}{9} + 2$$

$$\frac{3}{81} + \frac{3}{9} + 1$$

$$3x^2 - 6x + 2 \quad \left| \frac{x - \frac{1}{3}}{3x} \right.$$

$$3x^2 - 6x + 1 - 3x^2$$

$$3x^2 + 3x + 1 - 3x^2$$

$$3x^2 - 6x + 3 = 0$$

$$3x^2 - 6x + 2 = 0$$

$$36 - 24 = (2\sqrt{3})^2$$

$$6 + 2\sqrt{3} = \dots$$

$$1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$3 - \sqrt{3} = \dots$$

$$1550$$

$$3 + \sqrt{33}$$

$$250$$

$$50$$

$$81$$

$$95x^2$$

$$5x^2 + 4$$

$$5625$$

$$8$$

$$45000$$

$$8 \cdot 95$$

$$600$$

$$275$$

$$825$$

$$225$$

$$150$$

$$600$$

$$825$$

$$50$$

$$325$$

$$125$$

$$15$$

$$75$$

$$33$$

$$36 - 24 = (2\sqrt{3})^2$$

$$6 + 2\sqrt{3} = \dots$$

$$1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$3 - \sqrt{3} = \dots$$

$$1550$$

$$3 + \sqrt{33}$$

$$250$$

$$50$$

$$81$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(6x^2 + 6x + 2)^2 = (3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)$$

38
22 81

$$36x^4 + 36x^3 + 12x^2 + 36x^3 + 36x^2 + 12x + 12x^2 + 12x + 4 =$$

$$= 9x^4 + 9x^3 + 3x^2 - 18x^3 - 18x^2 - 6x + 6x^2 + 6x + 2$$

$$27x^4 + 81x^3$$

$$a+b \quad / \quad (a+b)^2 - 9ab$$

$$a+b \quad - \quad 9ab$$

$$a+b \quad 9ab + 9b^2 - 9ab$$

$$a+b \quad 9b^2$$

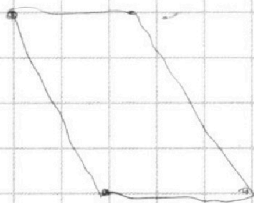
$$a+b \quad 9a^2 + 9ab + 9ba$$

$$a+b = 4 \quad 5$$

$$\frac{4+5}{4^2 - 7 \cdot 4 \cdot 5 + 5^2} = \frac{99}{16 + 25 - 140}$$

$$\frac{1}{889}$$

$$\frac{1+89}{1^2 + 89^2}$$



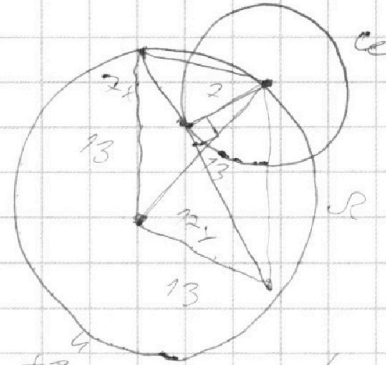
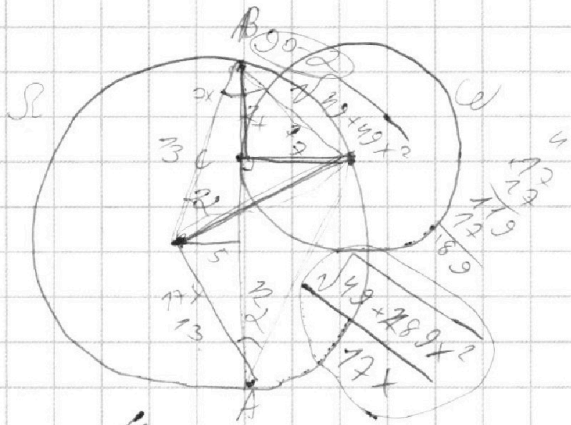
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$49 + 49x^2 = 169 \cdot 2 + 289$$

$$49x^2 = 169$$

$$49 = 169$$

$$\frac{14}{289}$$

$$\frac{14}{289}$$

$$\frac{14}{289}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{49 + 289x^2}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{49 + 289x^2}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{49 + 289x^2}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$169 = 169 + 49 + 49x^2 - \frac{14}{\sqrt{49 + 289x^2}} \cdot 13 \cdot \sqrt{49 + 49x^2}$$

$$49 \cdot 7 + 7x = \frac{20}{\sqrt{49 + 289x^2}}$$

$$\frac{13 \cdot 49 \cdot 2}{169} = \frac{150}{19} = 769$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x_a \quad x_b \quad x_c \quad 40$$

$$y_a \quad y_b \quad y_c$$

$$x_a + x_b \geq 15$$

$$y_a + y_b \geq 11$$

$$50$$

$$x_b + x_c \geq 17$$

$$y_b + y_c \geq 18$$

$$68$$

$$x_a + x_c \geq 23$$

$$y_a + y_c \geq 39$$

$$34$$

$$2(S) \geq 55$$

$$S \geq 28$$

$$\frac{a+b}{a^2+2ab+b^2+9ab}$$

$$\frac{a+b}{(a+b)^2-9ab}$$

$$\frac{4}{16-9}$$

$$\frac{8}{8}$$

$$3x^2 - 6x + 2$$

$$64 -$$

$$4 \cdot 2 \cdot 3$$

$$D = 36 - 24 = 12 = (2\sqrt{3})^2$$

$$\frac{6+2\sqrt{3}}{6}$$

$$\frac{6-2\sqrt{3}}{6}$$

$$1 + \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$3x^2 + 3x + 1$$

$$D = 9 - 12$$

$$3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 - \sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)}$$

$$6x^2 - 3x + 3 + 9x - 1 = \sqrt{\dots}$$

$$3(2x^2 - x + 1)$$

$$6x^2 + 6x + 2 = \sqrt{\dots}$$

$$D = 1 -$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

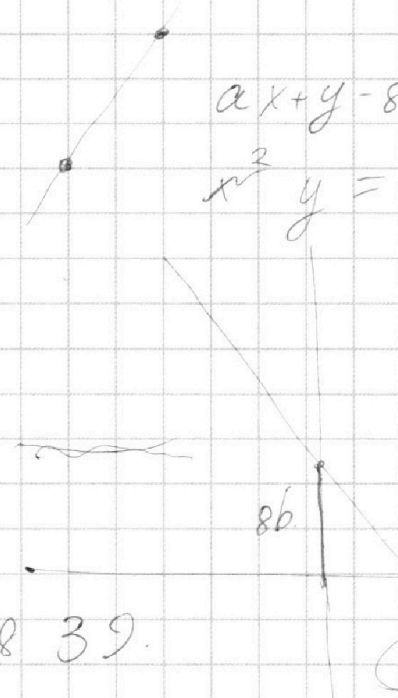
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ax + y - 8b = 0$$

$$x^2 y = 8b - ax$$



11 28 39.
10 11
18 40
22

(10) (5)
 $a + b = 15$
 $b + c = 17$
 $a + c = 23$

$$2a = 15 + 23 - 17$$

10

-15 3 16

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten mathematical work on grid paper. The main problem is a system of equations:

$$5625x^4 - 2250x^3 + 225x^2 - 300x + 60x + 4 = \frac{288}{387}$$

The student has simplified the equation to:

$$5625x^4 - 2250x^3 + 9x^2 + 3x = 288$$

They have used the Rational Root Theorem to find roots. The possible rational roots are listed as:

$\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \frac{8}{3}, \frac{11}{3}, \frac{15}{3}, \frac{18}{3}, \frac{20}{3}, \frac{24}{3}, \frac{27}{3}, \frac{30}{3}, \frac{36}{3}, \frac{40}{3}, \frac{45}{3}, \frac{48}{3}, \frac{54}{3}, \frac{60}{3}, \frac{63}{3}, \frac{66}{3}, \frac{69}{3}, \frac{72}{3}, \frac{75}{3}, \frac{78}{3}, \frac{81}{3}, \frac{84}{3}, \frac{87}{3}, \frac{90}{3}, \frac{93}{3}, \frac{96}{3}, \frac{99}{3}, \frac{102}{3}, \frac{105}{3}, \frac{108}{3}, \frac{111}{3}, \frac{114}{3}, \frac{117}{3}, \frac{120}{3}, \frac{123}{3}, \frac{126}{3}, \frac{129}{3}, \frac{132}{3}, \frac{135}{3}, \frac{138}{3}, \frac{141}{3}, \frac{144}{3}, \frac{147}{3}, \frac{150}{3}, \frac{153}{3}, \frac{156}{3}, \frac{159}{3}, \frac{162}{3}, \frac{165}{3}, \frac{168}{3}, \frac{171}{3}, \frac{174}{3}, \frac{177}{3}, \frac{180}{3}, \frac{183}{3}, \frac{186}{3}, \frac{189}{3}, \frac{192}{3}, \frac{195}{3}, \frac{198}{3}, \frac{201}{3}, \frac{204}{3}, \frac{207}{3}, \frac{210}{3}, \frac{213}{3}, \frac{216}{3}, \frac{219}{3}, \frac{222}{3}, \frac{225}{3}, \frac{228}{3}, \frac{231}{3}, \frac{234}{3}, \frac{237}{3}, \frac{240}{3}, \frac{243}{3}, \frac{246}{3}, \frac{249}{3}, \frac{252}{3}, \frac{255}{3}, \frac{258}{3}, \frac{261}{3}, \frac{264}{3}, \frac{267}{3}, \frac{270}{3}, \frac{273}{3}, \frac{276}{3}, \frac{279}{3}, \frac{282}{3}, \frac{285}{3}, \frac{288}{3}, \frac{291}{3}, \frac{294}{3}, \frac{297}{3}, \frac{300}{3}, \frac{303}{3}, \frac{306}{3}, \frac{309}{3}, \frac{312}{3}, \frac{315}{3}, \frac{318}{3}, \frac{321}{3}, \frac{324}{3}, \frac{327}{3}, \frac{330}{3}, \frac{333}{3}, \frac{336}{3}, \frac{339}{3}, \frac{342}{3}, \frac{345}{3}, \frac{348}{3}, \frac{351}{3}, \frac{354}{3}, \frac{357}{3}, \frac{360}{3}, \frac{363}{3}, \frac{366}{3}, \frac{369}{3}, \frac{372}{3}, \frac{375}{3}, \frac{378}{3}, \frac{381}{3}, \frac{384}{3}, \frac{387}{3}, \frac{390}{3}, \frac{393}{3}, \frac{396}{3}, \frac{399}{3}, \frac{402}{3}, \frac{405}{3}, \frac{408}{3}, \frac{411}{3}, \frac{414}{3}, \frac{417}{3}, \frac{420}{3}, \frac{423}{3}, \frac{426}{3}, \frac{429}{3}, \frac{432}{3}, \frac{435}{3}, \frac{438}{3}, \frac{441}{3}, \frac{444}{3}, \frac{447}{3}, \frac{450}{3}, \frac{453}{3}, \frac{456}{3}, \frac{459}{3}, \frac{462}{3}, \frac{465}{3}, \frac{468}{3}, \frac{471}{3}, \frac{474}{3}, \frac{477}{3}, \frac{480}{3}, \frac{483}{3}, \frac{486}{3}, \frac{489}{3}, \frac{492}{3}, \frac{495}{3}, \frac{498}{3}, \frac{501}{3}, \frac{504}{3}, \frac{507}{3}, \frac{510}{3}, \frac{513}{3}, \frac{516}{3}, \frac{519}{3}, \frac{522}{3}, \frac{525}{3}, \frac{528}{3}, \frac{531}{3}, \frac{534}{3}, \frac{537}{3}, \frac{540}{3}, \frac{543}{3}, \frac{546}{3}, \frac{549}{3}, \frac{552}{3}, \frac{555}{3}, \frac{558}{3}, \frac{561}{3}, \frac{564}{3}, \frac{567}{3}, \frac{570}{3}, \frac{573}{3}, \frac{576}{3}, \frac{579}{3}, \frac{582}{3}, \frac{585}{3}, \frac{588}{3}, \frac{591}{3}, \frac{594}{3}, \frac{597}{3}, \frac{600}{3}, \frac{603}{3}, \frac{606}{3}, \frac{609}{3}, \frac{612}{3}, \frac{615}{3}, \frac{618}{3}, \frac{621}{3}, \frac{624}{3}, \frac{627}{3}, \frac{630}{3}, \frac{633}{3}, \frac{636}{3}, \frac{639}{3}, \frac{642}{3}, \frac{645}{3}, \frac{648}{3}, \frac{651}{3}, \frac{654}{3}, \frac{657}{3}, \frac{660}{3}, \frac{663}{3}, \frac{666}{3}, \frac{669}{3}, \frac{672}{3}, \frac{675}{3}, \frac{678}{3}, \frac{681}{3}, \frac{684}{3}, \frac{687}{3}, \frac{690}{3}, \frac{693}{3}, \frac{696}{3}, \frac{699}{3}, \frac{702}{3}, \frac{705}{3}, \frac{708}{3}, \frac{711}{3}, \frac{714}{3}, \frac{717}{3}, \frac{720}{3}, \frac{723}{3}, \frac{726}{3}, \frac{729}{3}, \frac{732}{3}, \frac{735}{3}, \frac{738}{3}, \frac{741}{3}, \frac{744}{3}, \frac{747}{3}, \frac{750}{3}, \frac{753}{3}, \frac{756}{3}, \frac{759}{3}, \frac{762}{3}, \frac{765}{3}, \frac{768}{3}, \frac{771}{3}, \frac{774}{3}, \frac{777}{3}, \frac{780}{3}, \frac{783}{3}, \frac{786}{3}, \frac{789}{3}, \frac{792}{3}, \frac{795}{3}, \frac{798}{3}, \frac{801}{3}, \frac{804}{3}, \frac{807}{3}, \frac{810}{3}, \frac{813}{3}, \frac{816}{3}, \frac{819}{3}, \frac{822}{3}, \frac{825}{3}, \frac{828}{3}, \frac{831}{3}, \frac{834}{3}, \frac{837}{3}, \frac{840}{3}, \frac{843}{3}, \frac{846}{3}, \frac{849}{3}, \frac{852}{3}, \frac{855}{3}, \frac{858}{3}, \frac{861}{3}, \frac{864}{3}, \frac{867}{3}, \frac{870}{3}, \frac{873}{3}, \frac{876}{3}, \frac{879}{3}, \frac{882}{3}, \frac{885}{3}, \frac{888}{3}, \frac{891}{3}, \frac{894}{3}, \frac{897}{3}, \frac{900}{3}, \frac{903}{3}, \frac{906}{3}, \frac{909}{3}, \frac{912}{3}, \frac{915}{3}, \frac{918}{3}, \frac{921}{3}, \frac{924}{3}, \frac{927}{3}, \frac{930}{3}, \frac{933}{3}, \frac{936}{3}, \frac{939}{3}, \frac{942}{3}, \frac{945}{3}, \frac{948}{3}, \frac{951}{3}, \frac{954}{3}, \frac{957}{3}, \frac{960}{3}, \frac{963}{3}, \frac{966}{3}, \frac{969}{3}, \frac{972}{3}, \frac{975}{3}, \frac{978}{3}, \frac{981}{3}, \frac{984}{3}, \frac{987}{3}, \frac{990}{3}, \frac{993}{3}, \frac{996}{3}, \frac{999}{3}, \frac{1000}{3}$

The student has found the root $x = \frac{11}{5}$ and substituted it into the equation to verify it. They have also used the quadratic formula to solve for x in the simplified equation.

Diagrams show circles and lines, likely representing the geometric interpretation of the problem. The circles are labeled with u and 5 . The lines are labeled with x and $11-x$.

Final answer: $x = \frac{11}{5}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 = r^2 =$$

$$ax + y - 8b = 0$$

$$x^2 + y^2 = ax + y - 8b$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

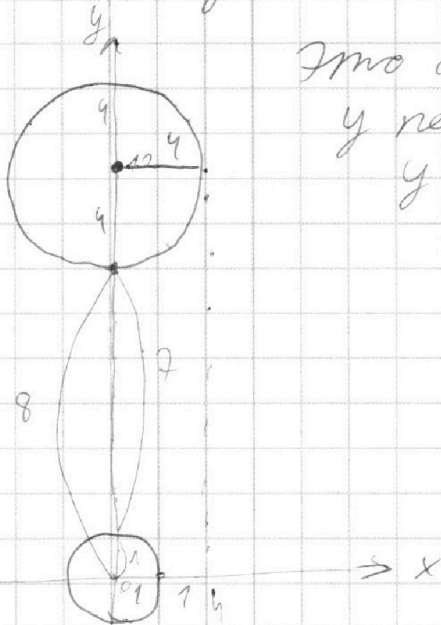
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

нарисуем

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$x^2 + (y - 12)^2 = 16$$



Это окр с $R = 1$ и 4
у первой центр в O .
у второй $(0; 12)$.

заметьте что "нижние" неравенства
у нас будут ≤ 0 если хотя бы

скобка $= 0$ или обе с разными
знаками $(+)(-)<0$ и $(-)(+)<0$.

заметьте что части с разными
на графике неравенств
выполняются внутри окружностей
и на них.

уравнение $ax + y - 8b = 0$

$y = -ax + 8b \Rightarrow$ это прямая

де

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



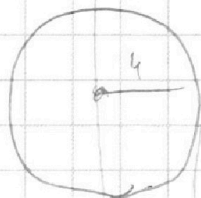
$$16 - 25 = 41$$

8

20

$$110$$

- 20



12

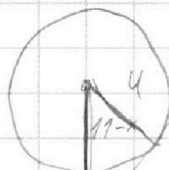
$$\frac{x}{1} = \frac{x+12}{4}$$

$$4x = x + 12$$

$$3 \quad 4$$



x



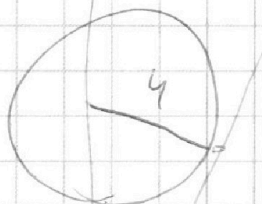
$$\frac{11-x}{4} = \frac{x+1}{1}$$

$$11-x = 4x+4$$

$$5x = 7$$

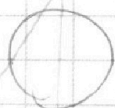
$$5x = 7$$

$$x = 1,4$$



11

$$\frac{12-x}{4} =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} a+b &= 15 \\ b+c &= 17 \\ c+d &= 22 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ 45 \\ \hline 27 \\ 40 + 11 \\ \hline 55 \\ \hline 28 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 18 \\ 39 \\ \hline 68 \\ 2 \\ \hline 27 \end{array}$$



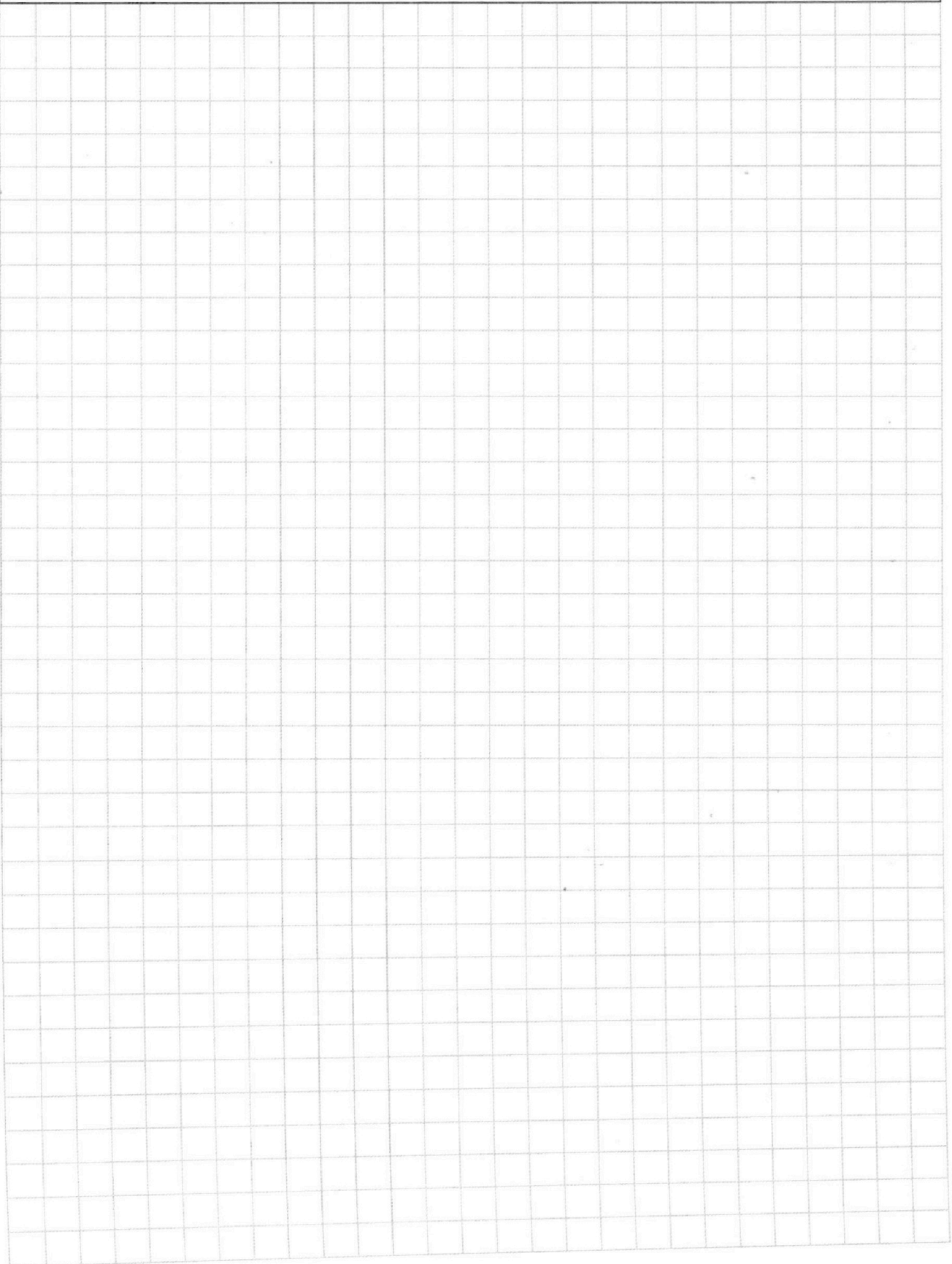
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

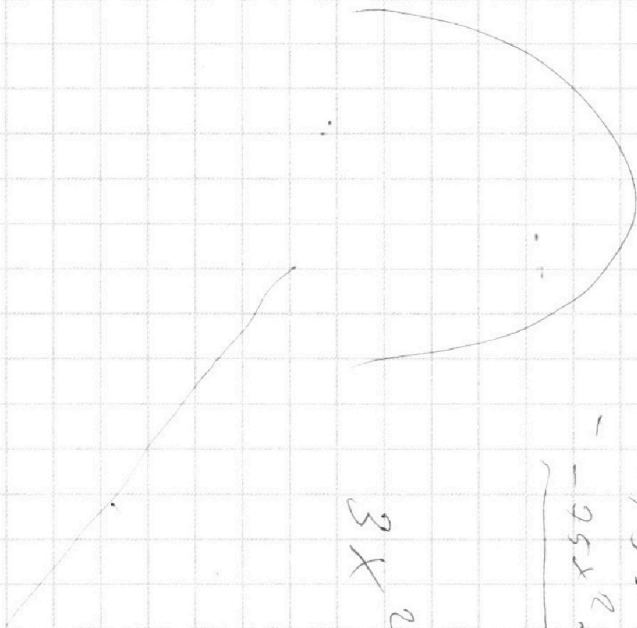


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3x^2 - 6x + 3$$

$$3x^2 + 3x$$

$$-75x^2$$



$$3x^2$$

$$(9x - 1)$$

$$9x - 3\sqrt{x}^2$$

$$(1 - 3\sqrt{x})(1 + 3\sqrt{x})$$

$$5625x^2 - 2250x^3 - 750x^2$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 30 \\ \hline 0250 \end{array}$$

$$45 - 25$$

$$25$$

$$\begin{array}{r} -75x^2 + 75x + 2 \\ -25x^2 + \frac{25}{3}x \\ \hline \frac{20}{3}x - \end{array} \quad \left| \frac{x-3}{-25 + \frac{20}{3}} \right.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

