



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~а б дел на $2^{15} \cdot 7^{11}$~~ \Rightarrow сумма степеней
чисел x_a, x_b, x_c - это степень на факторы
каждого на которые дел чисел а в с.

пусть y_a, y_b, y_c - это новые степени 7
на которые дел а в с

т.к а б дел на $2^{15} \cdot 7^{11}$ то

$$x_a + x_b \geq 15 \quad \text{и} \quad y_a + y_b \geq 11 \quad \text{т.к}$$

это необходимые условия для деления

на $2^{15} \cdot 7^{11}$. при умножении степеней
складываются ($a^x \cdot a^y = a^{x+y}$)

т.к в с дел на $2^{17} \cdot 7^{18}$ то

$$x_b + x_c \geq 17 \quad y_b + y_c \geq 18$$

т.к а с дел на $2^{23} \cdot 7^{39}$.

$$\text{то} \quad x_a + x_c \geq 23$$

$$y_a + y_c \geq 39$$

$$\begin{cases} x_a + x_b \geq 15 \\ x_b + x_c \geq 17 \\ x_a + x_c \geq 23 \end{cases}$$

$$y_a + y_b \geq 11$$

$$y_b + y_c \geq 18 \Rightarrow$$

$$y_a + y_c \geq 39$$

$$y_a + y_b + y_c \geq \frac{59}{2} \geq 34$$

$$\Rightarrow (x_a + x_b + x_c) \geq 55$$

$$\text{т.к} \quad x_a + x_b + x_c \geq \frac{55}{2} = 27,5$$

т.к x_a, x_b, x_c - натур (т.к а в с натур)

$$\text{то} \quad x_a + x_b + x_c \geq 28$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

следовательно $a \cdot b \cdot c$ также дел
на $2^{28} \cdot 7^{39}$ но. н. к $a \cdot b \cdot c$ дел на 7^{39}

и то $a \cdot b \cdot c$ также делится
на $7^{39} \Rightarrow a \cdot b \cdot c$ также дел на $2^{28} \cdot 7^{39}$

иногда $a \cdot b \cdot c$ дел на $2^{28} \cdot 7^{39}$ то
 $a \cdot b \cdot c \geq 2^{28} \cdot 7^{39}$

пример когда $a \cdot b \cdot c = 2^{28} \cdot 7^{39}$

$$a = 2^{10} \cdot 7^{11}$$

$$b = 2^5 \cdot 7^{28}$$

$$c = 2^{13} \cdot 7^{28}$$

$$a \cdot b = 2^{15} \cdot 7^{22}$$

$$b \cdot c = 2^{18} \cdot 7^{28}$$

$$a \cdot c = 2^{23} \cdot 7^{39}$$

Ответ: $2^{28} \cdot 7^{39}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

a и b не взаимно просты, иначе a^2 не взаимно просто с $b^2 \Rightarrow a$ не взаимно просто с b .

пример когда $m = 9$.

$$a = 4 \quad b = 5.$$

$$\frac{4+5}{4^2 - 7 \cdot 4 \cdot 5 + 5^2} = \frac{9}{-99} = -\frac{1}{11}.$$

Ответ: $m = 9$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a+b}{a^2+2ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-2ab}$$

пусть m макс
число на которое
их можно сокра-
тить.

$$a+b \quad (a+b)^2-2ab \quad \text{делится на } m.$$

заметьте что если из первого числа
вынести левое $a+b$ раз то у

~~нас не НОЗ сохранился.~~ и при

добавить левую часть $2a$ раз

то из НОЗ сохранился.

$$a+b \quad (a+b)^2-2ab+2a(a+b) = (a+b)(a+b) + 2a(a+b)$$

$$a+b \quad 2a^2 \quad \text{у них НОЗ } m \text{ и они} > 0.$$

теперь сделают тоже самое но

вместо прибавления $2a$ раз при

добавлю $2b$.

$$a+b \quad (a+b)^2-2ab+2b(a+b) = (a+b)(a+b) + 2b(a+b)$$

$$a+b \quad 2b^2 \quad \text{у них НОЗ } m.$$

Известно что $\frac{a}{b}$ несократима \Rightarrow

a взаимно просто с b .

заметьте что $2a^2$ делится на m и

$2b^2$ на m но так как a^2 взаимно просто

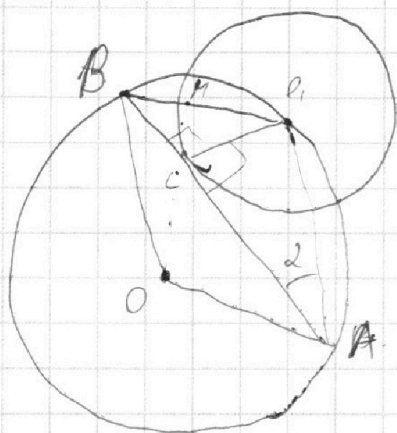
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Оул, диаметр окружностей.

пусть $AC = 17x$ $CB = 27x$.

$OB = OA = 13$ $OC = 7$.

$\angle O, CB = 90^\circ$ (угол между перпендикулярной и прямой из центра на точку касания).

$\angle BAO_1 = \angle BCO_1$ (м.к $\angle BAO_1$ опущена на BO_1 , а $\angle BCO_1$ из центра на BO_1)

$BO = BO_1 \Rightarrow \angle OBO_1 = \angle BO_1O = 180^\circ - 2\alpha = 90^\circ - \alpha$ (м.к. треугольник равнобедренный и сумма углов $\Delta 180^\circ$)

$OA = \sqrt{7^2 + 17x^2}$ Δ прямоугольный $\left[\begin{matrix} BO_1 = \sqrt{OC^2 + CO_1^2} \\ \Delta$ прямоугольный \end{matrix} \right]

$\sin \alpha = \frac{CO_1}{OA} = \frac{7}{\sqrt{7^2 + 17x^2}} = \cos \angle OBO_1$ м.к α и $\angle OBO_1 = 90^\circ - \alpha$.

Заменим переменную кос. ΔBOO_1

$OO_1^2 = BO^2 + BO_1^2 - 2 \cos \angle OBO_1 \cdot BO \cdot BO_1$

$169 = 169 + 49 + 49x^2 - 2 \cdot \frac{7}{\sqrt{49 + 289x^2}} \cdot 13 \cdot \sqrt{49 + 49x^2}$

Прямоугольный треугольник ON в ΔBOO_1 , тогда

BN и медиана $\Rightarrow BN = \frac{BO_1}{2} = \frac{\sqrt{49 + 49x^2}}{2}$

$\angle BON$ прямой \Rightarrow

$BO \cdot \sin \angle OBO_1 = BN$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$13 - \frac{2}{\sqrt{2^2 + 289x^2}} = \frac{\sqrt{49 + 49x^2}}{2}$$

$$13 \cdot 2 - 2 = \sqrt{(49 + 49x^2)(2^2 + 289x^2)}$$

$$13^2 + 2^2 + 2^2 = 49 \cdot 49 + 49 \cdot 49x^2 + 289 \cdot 49x^2 + 49 \cdot 289x^4$$

$$289x^4 + 367x^2 - 576 = 0$$

$$x^2 = y$$

$$289y^2 + 367y - 576 = 0$$

$$y_1 = 1 \quad \text{а.т.к. } D \geq 0 \text{ то } y_1 \cdot y_2 = \frac{-576}{289}$$

(имеет решение) то вместе.

$$\text{то } y_2 < 0 \Rightarrow x^2 = y_2 < 0$$

нет реш.

$$x^2 = y_1 = 1$$

$$x = 1$$

$$x = -1$$

не подходит.

$$\Rightarrow x = 1$$

$$AB = AC + BC = 24x = 12$$

$$\text{Ответ: } AB = 12$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

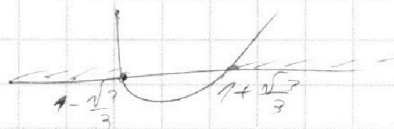
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметим $\sqrt{3x^2-6x+2}$ определено ≥ 0

$$3x^2-6x+2=0$$

$$D=36-24=12.$$



$$x_1 = \frac{6+2\sqrt{3}}{6} \quad x_2 = \frac{6-2\sqrt{3}}{6} \Rightarrow x \in \left(-\infty; 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right) \cup \left[1 + \frac{\sqrt{3}}{3}; +\infty\right)$$

возведем обе части в квадрат.

$$3x^2 - 3x + 3 - 2\sqrt{3x^2-6x+2} \cdot \sqrt{3x^2+3x+1} = 1 - 18x + 81x^2$$

$$-75x^2 + 15x + 2 = 2\sqrt{3x^2-6x+2} \cdot \sqrt{3x^2+3x+1}$$

возведем обе части в квадрат.

возведем обе части в квадрат

Заметим что корни из корней равны $x = \frac{1}{9}$

$$(-75x^2 + 15x + 2) = \left(2\sqrt{3x^2-6x+2} \cdot \sqrt{3x^2+3x+1}\right)^2$$

Заметим что у нас будут уравнения 4 степени. и корни из корней равны $\frac{1}{9}$.

Если остальные

корни подставить в исходное

уравнение не получим верные ответы.

\Rightarrow т.к. все корни при возведении в квадрат не исчезают \Rightarrow решение $x = \frac{1}{9}$.

$$\text{Ответ: } x = \frac{1}{9}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 14$$

$$2 \Delta x + \Delta y = 14$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

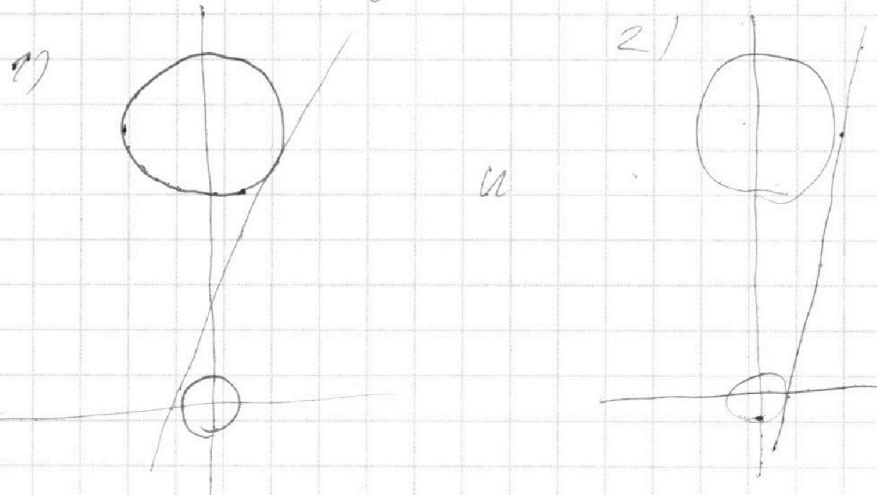
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

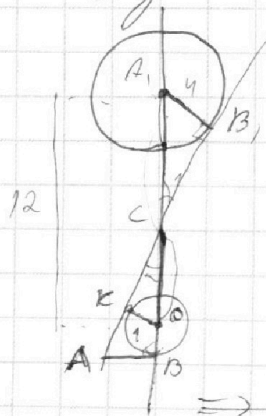


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметим что если касаются из
частей окружности прямой касо-
дится внутри окружности, то у
системы > 2 решений. \Rightarrow прямая гоме-
на только касается \Rightarrow она гоме-
касается сразу двух окружностей.
при $a > 0$ у нас есть 2 варианта



1) случай.



пусть $CB_1 = x$ $CO = CB_1 - 1 = x - 1$

$A_1B_1 = 12 \Rightarrow A_1C = 12 - x$

$\triangle CKO \sim \triangle CA_1B_1$, $\angle 1 = \angle 2$ и углы по 90°

$\Rightarrow \frac{CO}{CK} = \frac{A_1C}{A_1B_1} \Rightarrow \frac{x-1}{1} = \frac{12-x}{4}$

$4x - 4 = 12 - x$

$5x = 16 \quad x = 3,2$

$\Rightarrow a = \sqrt{CB_1^2 - AB_1^2}$

$CK = \sqrt{CO^2 - KO^2} = \sqrt{2,2^2 - 1^2} = \sqrt{3,89}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Замечание: у нас ^{$a \neq 0$} всего 2 варианта касания т.к. ~~у нас а х если бы их было 3 уравнения.~~

~~$a x + y - 8b = x^2 + y^2 - 1$ и~~

через 1 точку можно провести 1 касательную и также у нас бы и при $a = \pm 4$ и $a = \pm \sqrt{384}$.

Ответ: $a = \pm 4$ и $a = \pm \sqrt{384}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

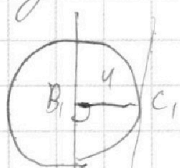


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\alpha = \text{tg} \angle B, AB$ (т.к. α это есть тангенс $\frac{\Delta y}{\Delta x}$)

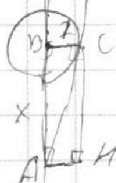
$\alpha = \text{tg} \angle B, AB = \text{tg} \angle KOC = \frac{CK}{KO} = \sqrt{3,84}$

2 случая:



$AB = x$. $\triangle ABC$ и $\triangle B, C_1$ ($\angle A$ общий и углы по 90°)

$\frac{AB}{BC} = \frac{AB_1}{B_1C_1}$



$\frac{x}{x+12} = \frac{x}{4}$ $4x = x+12$
 $x = 4$

$\triangle ABC$ и $\triangle AKC$ прямоугольные ($\angle ABC = 90^\circ \Rightarrow$ можно считать углы)

$\Rightarrow BC = AK$ $KC = AB$

$\alpha = \text{tg} \angle CAK = 4$

т.к. при $\alpha \leq 0$

т.к. наши окружности симметричны относительно Oy то y плюс если решаем при α то $m - \alpha$ получаем

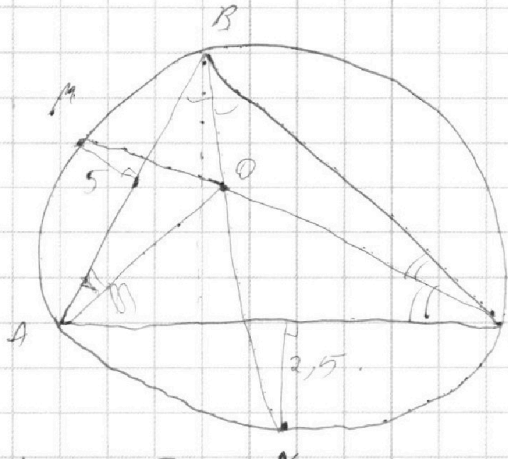
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



докажем, что
 CM и BN - биссектрисы $\triangle ABC$
т.к. $\widehat{AM} = \widehat{NC}$ то
 $\angle ABM = \angle NBC$
т.к. они опираются
на одну дугу.

$\Rightarrow BN$ - бисс.

дуга $AM = \widehat{MB} \Rightarrow \angle ACB = \angle MCB \Rightarrow$
 BM бисс. \rightarrow пересек бисс O являе-
тся центром вписанной окружности.

$\Rightarrow OA$ искомого расстояния

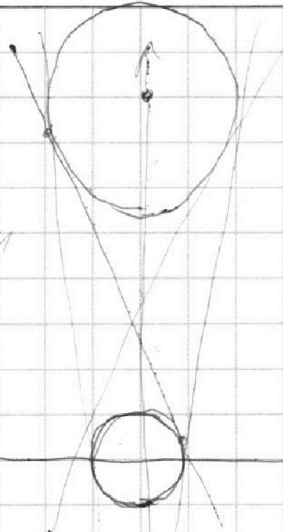
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3 \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3} \right)^2$$

$$3 \left(1 + \frac{3}{9} + 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \right) + 3 \cdot \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3} \right) + 1$$

10

$$27 + 9 + 1 = 37$$

$$12 + 48 + 1 = 61$$

$$3 \cdot 25 + 15 + 1 = 75 + 15 + 1 = 91$$

6

$$3x^2 + 4x + 1$$

$$(x+1)(x+3) - x$$

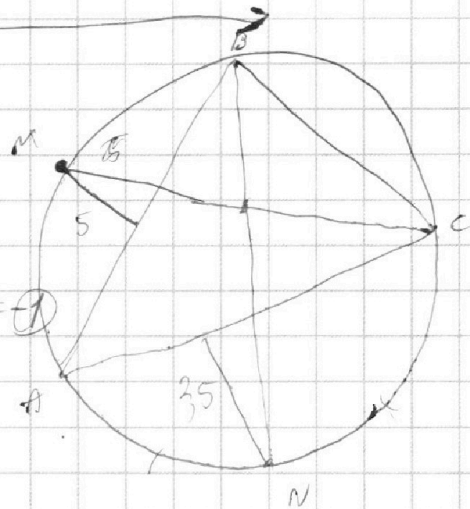
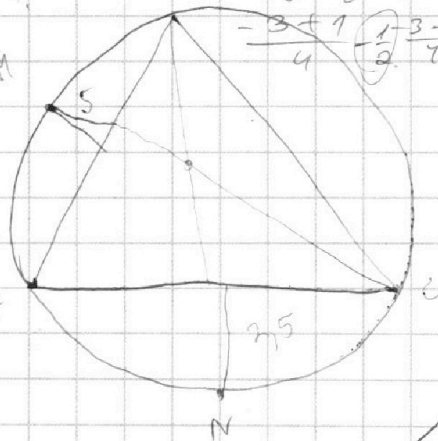
$$3x^2 - 6x + 3$$

$$3(x^2 - 2x + 1)$$

$$3(x-1)^2 - 1$$

$$3x^2 + 3x + 1$$

$$x^2 - 2x^2 + 3x + 1$$



$$3x^2 + 6x + 2$$

$$36 - 24 = 12$$

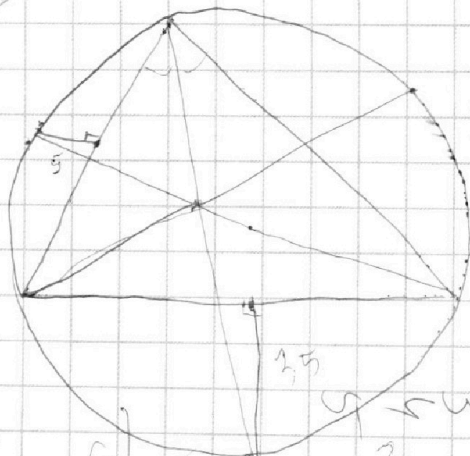
$$\frac{6 + 2\sqrt{3}}{6}$$

$$\frac{6 - 2\sqrt{3}}{6}$$

$$1 + \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$3 \left(x + 1 + \frac{\sqrt{3}}{3} \right) \left(x - 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \right)$$



$$2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 2x + 0y = 2x$$

$$\left(x + 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \right) \left(x - 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \right) (1 - 3\sqrt{x}) (1 + 3\sqrt{x})$$

1 -

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(6x^2 + 6x + 2)^2 = (3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)$$

38
22 81

$$36x^4 + 36x^3 + 12x^2 + 36x^3 + 36x^2 + 12x + 12x^2 + 12x + 4 =$$

$$= 9x^4 + 9x^3 + 3x^2 - 18x^3 - 18x^2 - 6x + 6x^2 + 6x + 2$$

$$27x^4 + 81x^3$$

$$a+b \quad / \quad (a+b)^2 - 9ab$$

$$a+b \quad - \quad 9ab$$

$$a+b \quad 9ab + 9b^2 - 9ab$$

$$a+b \quad 9b^2$$

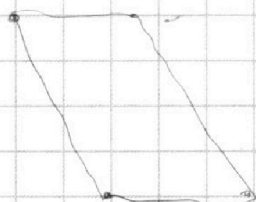
$$a+b \quad 9a^2 + 9ab + 9ba$$

$$a+b = 4 \quad 5$$

$$\frac{4+5}{4^2 - 7 \cdot 4 \cdot 5 + 5^2} = \frac{99}{16 + 25 - 140}$$

$$\frac{1}{889}$$

$$\frac{1+89}{1^2 + 89^2}$$



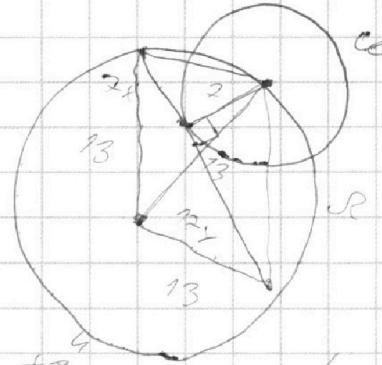
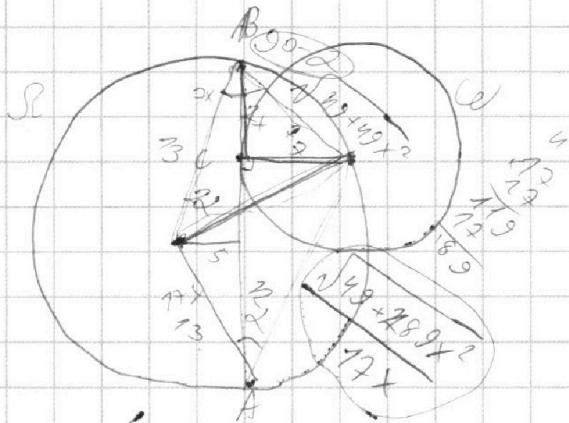
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$49 + 49x^2 = 169 \cdot 2 + 280$$

$$49x^2 = 169$$

$$49 = 169$$

$$\frac{149}{280}$$

$$\sqrt{49 + 289x^2}$$

$$\frac{17}{3 \cdot 38}$$

$$238 \cdot \sqrt{1 - 4 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$169 = 169 + 49 + 49x^2 - \frac{14}{\sqrt{49 + 289x^2}} \cdot 13 \cdot \sqrt{49 + 49x^2}$$

$$49 \cdot 7 + 7x = \frac{20}{\sqrt{49 + 289x^2}}$$

$$\frac{13 \cdot 49 \cdot 2}{169} = \frac{150}{19} = 769$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~a~~ x_a x_b x_c 40

y_a y_b y_c

$x_a + x_b \geq 15$

$y_a + y_b \geq 11$

50
68

$x_b + x_c \geq 17$

$y_b + y_c \geq 18$

$x_a + x_c \geq 23$

$y_a + y_c \geq 39$

34

$2(S) \geq 55$

$S \geq 28$

$\frac{a+b}{a^2+2ab+b^2+9ab}$

$\frac{a+b}{(a+b)^2-9ab}$

~~$\frac{4}{16}$~~ $-\frac{16}{9}$

8

$3x^2 - 6x + 2$

$\frac{64}{4 \cdot 2 \cdot 3}$

$D = 36 - 24 = 12 = (2\sqrt{3})^2$

$\frac{6+2\sqrt{3}}{6}$

$\frac{6-2\sqrt{3}}{6}$

$1 + \frac{\sqrt{3}}{3}$

$1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$

$3x^2 + 3x + 1$

$D = 9 - 12$

$3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 - \sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)}$

$6x^2 - 3x + 3 + 9x - 1 = \sqrt{\dots}$

$3(2x^2 - x + 1)$

$6x^2 + 6x + 2 = \sqrt{\dots}$

$D = 1 - \dots$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

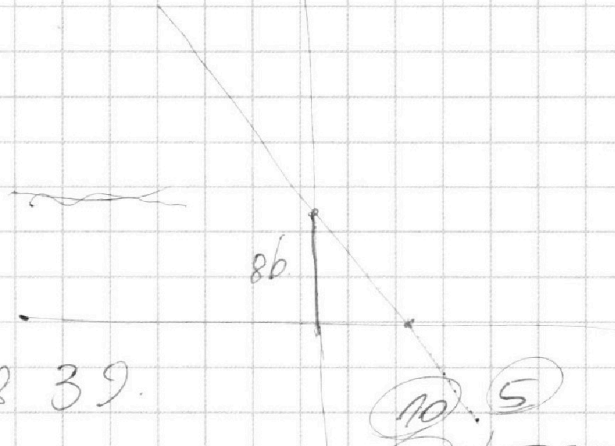
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ax + y - 8b = 0$$

$$x^2 y = 8b - ax$$



11 28 39.

10 11

18

40

22

(10) (5)
 $a + b = 15$
 $b + c = 17$
 $a + c = 23$

$$2a = 15 + 23 - 17$$

$$10$$

-15

3

16

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten mathematical work on grid paper. The main problem is a system of equations:

$$5625x^4 - 2250x^3 + 225x^2 - 300x + 60x + 4 = \frac{288}{3.87}$$

The student has written several lines of calculations, including:

$$4x = 11 - x$$

$$5x = 11$$

$$x = 2.2$$

There are also several diagrams showing circles and lines, possibly related to the geometry of the problem. The diagrams include circles with centers and radii, and lines intersecting at various points. One diagram shows a circle with center 'u' and a line passing through it. Another diagram shows a circle with center 'x' and a line passing through it. There are also some smaller diagrams and calculations scattered throughout the page.

Other calculations visible include:

$$13 - \frac{\sqrt{12^2 + 289x^2}}{2} = \sqrt{49 + 99x^2}$$

$$13 - \frac{\sqrt{109} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{98}}{2}$$

$$196 \cdot 98 = 150 \cdot 46$$

$$\sqrt{384}$$

The final answer $x = 2.2$ is circled in blue.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 = r^2 =$$

$$ax + y - 8b = 0$$

$$x^2 + y^2 = ax + y - 8b$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

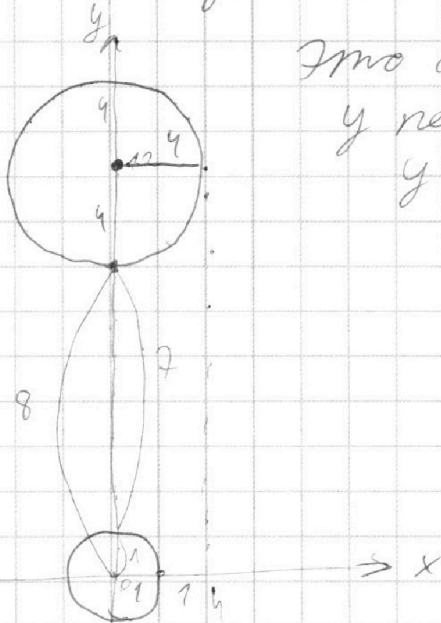
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

нарисуем

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$x^2 + (y - 12)^2 = 16$$



Это окр с $R = 1$ и 4
у первой центр в O .
у второй $(0; 12)$.

Заметим что "нижние" неравенства
у нас будут ≤ 0 если хотя бы
скобка $= 0$ или обе с разными
знаками $(+)(-) < 0$ и $(-)(+) < 0$.

Заметим что части с разными
на графике неравенств
выполняются внутри окружностей
и на них.

Уравнение $ax + y - 8b = 0$
или $y = -ax + 8b \Rightarrow$ это прямая

де

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



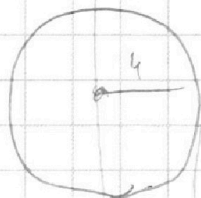
$$16 - 125 = 41$$

8

20

$$110$$

- 20



12

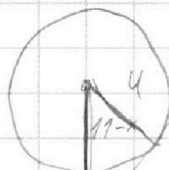
$$\frac{x}{1} = \frac{x+12}{4}$$

$$4x = x + 12$$

$$3 \quad 4$$



x



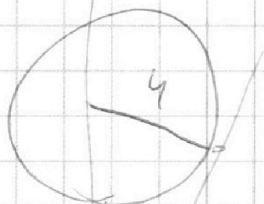
$$\frac{11-x}{4} = \frac{x+1}{1}$$

$$11-x = 4x+4$$

$$5x = 7$$

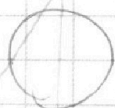
$$5x = 7$$

$$x = 1,4$$



11

$$\frac{12-x}{4} =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} a+b &= 15 \\ b+c &= 17 \\ c+d &= 22 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ 45 \\ \hline 27 \\ 40 + 11 \\ \hline 55 \\ \hline 28 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 18 \\ 39 \\ \hline 68 \\ 2 \\ \hline 27 \end{array}$$



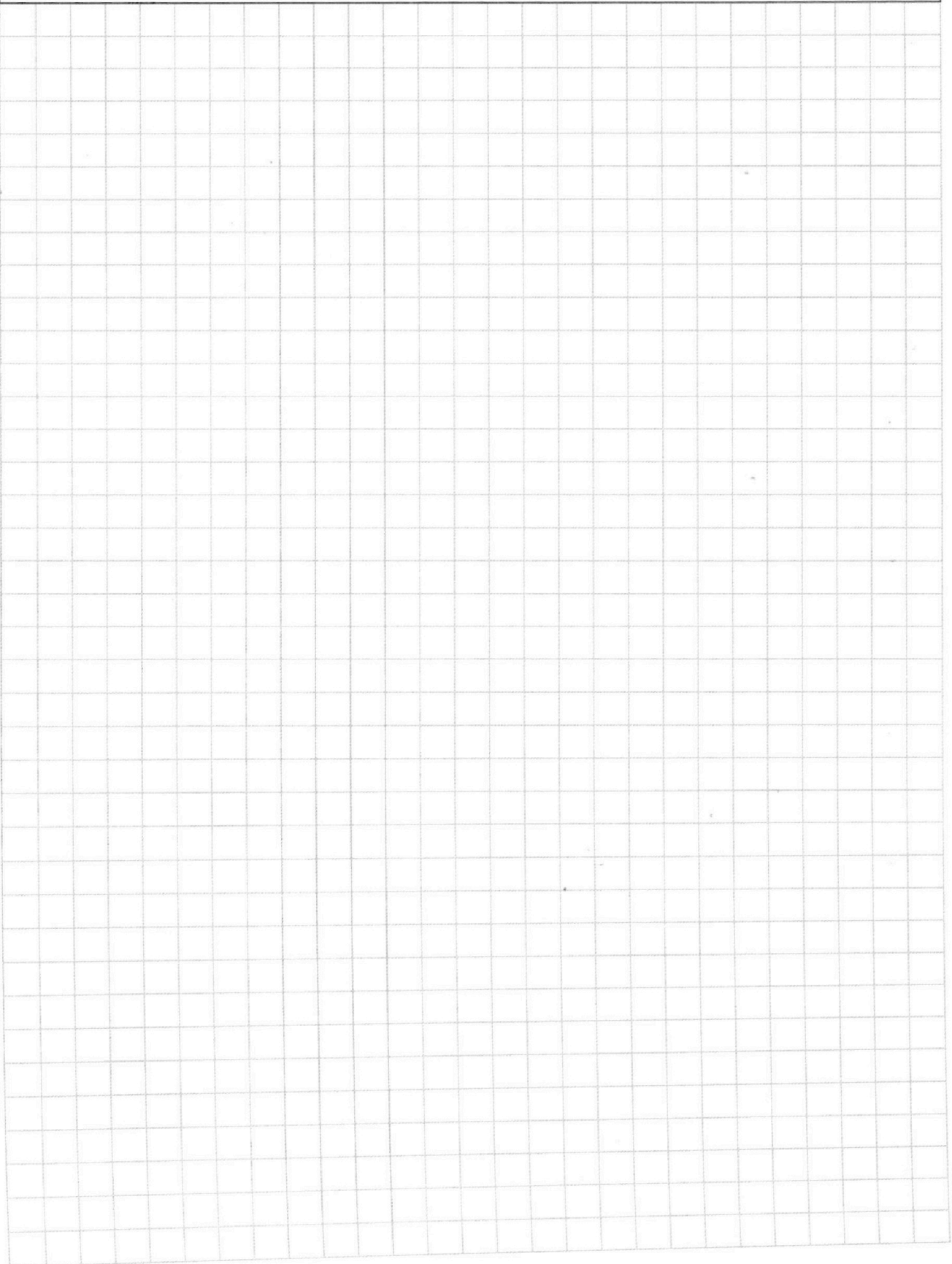
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

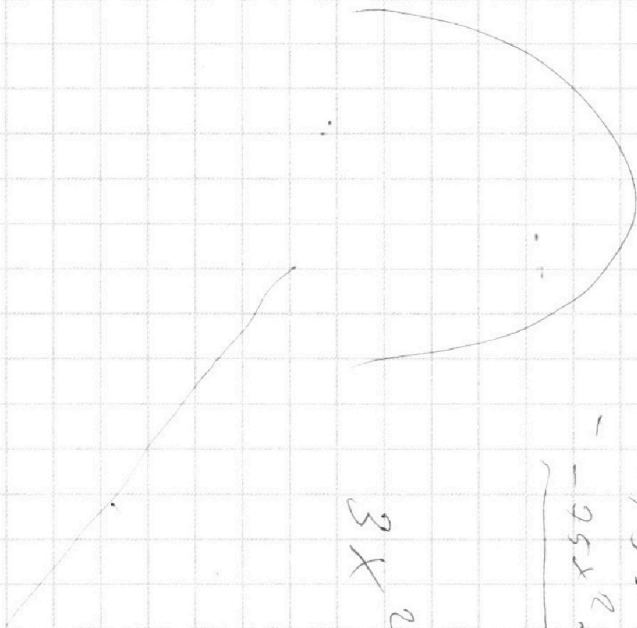


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3x^2 - 6x + 3$$

$$3x^2 + 3x$$

$$-75x^2$$



$$3x^2$$

$$(9x - 1)$$

$$9x - 3\sqrt{x}^2$$

$$(1 - 3\sqrt{x})(1 + 3\sqrt{x})$$

$$5625x^2 - 2250x^3 - 750x^2$$

$$\begin{array}{r} 75 \\ \times 30 \\ \hline 2250 \end{array}$$

$$\frac{45}{3} - 25$$

$$\frac{75}{25}$$

$$\begin{array}{r} -75x^2 + 75x + 2 \\ -75x^2 + 25x \\ \hline 50x + 2 \end{array}$$

$$\frac{1}{x-3} \cdot \frac{10}{-25 + \frac{10}{3}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

