



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}$ ,  $b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-12; 24)$ ,  $Q(3; 24)$  и  $R(15; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

**МФТИ**



1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 1

$$ab: 2^{14} \cdot 7^{10}, \quad bc: 2^{17} \cdot 7^{17}, \quad ac: 2^{20} \cdot 7^{37}$$

Во-первых,  $abc: 2^{20} \cdot 7^{37}$ , так как

$$ac: 2^{20} \cdot 7^{37}$$

Чтобы  $abc$  было наименьшим, оно не должно делиться на другие делители, кроме 2 и 7, так как иначе  $abc$  будет больше.

~~$ab: 2^{14} \cdot 7^{10}$~~

$$ab: 2^{14} \cdot 7^{10}$$
$$bc: 2^{17} \cdot 7^{17}$$
$$ac: 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$\Rightarrow a^2 b^2 c^2: 2^{51} \cdot 7^{64} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow abc: \sqrt{2^{51} \cdot 7^{64}}$$

$$abc: 2^{25} \cdot 7^{32} \cdot \sqrt{2} \quad (\text{округляем в большую сторону})$$

$$abc: 2^{26} \cdot 7^{32}$$

На  $abc: 7^{37} \Rightarrow$  Наименьше  $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$

Например,  $a = 7^{20} \cdot 2^9$  |  $\Rightarrow ab = 2^{15} \cdot 7^{20} : 2^{14} \cdot 7^{10}$   
 $b = 2^6 \cdot 7^{17}$  |  $bc = 2^{17} \cdot 7^{17} : 2^{17} \cdot 7^{17}$   
 $c = 7^{11} \cdot 2^{11}$  |  $ac = 2^{20} \cdot 7^{37} : 2^{20} \cdot 7^{37}$

Ответ:  $2^{26} \cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 2

~~а~~ ~~а~~  $\frac{a}{b}$  - несократима

$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$  - сократима на  $m \Rightarrow$

$$\Rightarrow (a+b) : m \Rightarrow (a^2+2ab+b^2) : m \quad / \Rightarrow$$
$$(a^2-6ab+b^2) : m$$

$\Rightarrow$  Так как  $a^2+2ab+b^2 : m$ , то и  $a^2-6ab+b^2 : m$

Суть разности кратна  $m \Rightarrow$

$$\Rightarrow (a^2+2ab+b^2) - (a^2-6ab+b^2) : m$$

$$8ab : m$$

Так как  $8ab : m$ , значит  $m$  - делитель  $8ab$ .

Но  $m$  не должно быть кратно  $a$  или  $b$ , так как если  $m : a$ , то

$$(a+b) : a \Rightarrow (a+b) : a \Rightarrow \cancel{a+b} = a \cdot k$$

$\Rightarrow b : a \Rightarrow \frac{a}{b}$  - дробь была бы сокра-

тима, но по условию она несократима  $\Rightarrow m \not\vdots a$

Аналогично  $m \not\vdots b$ , так как иначе  $(a+b) : b$  - дробь была бы сократима, а по условию она несократима  $\Rightarrow a : b \Rightarrow \frac{a}{b}$  - дробь сократима  $\Rightarrow m \not\vdots b$   
 $\Rightarrow m \text{ max} = 8$  (например  $a=1, b=7$ )

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$m_{\max} = 8$$

Например,  $a=1$   $b=7$

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{7} \text{ - дробь не сократима}$$

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{1+7}{1-42+49} = \frac{8}{8} \text{ - дробь сокращается на } 8$$

Также  $a^2+2ab+b^2 : m \Rightarrow 3a^2+6ab+3b^2 : m$   
~~Также~~  $a^2-6ab+b^2 : m$

Их сумма также кратна  $m \Rightarrow$

$$\Rightarrow 4a^2+4b^2 : m$$
$$4(a^2+b^2) : m$$

При  ~~$m \nmid 3a^2+b^2$~~  Если  $m$  - делитель  $a^2+b^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow a+b : a^2+b^2, \text{ но так } a, b \in \mathbb{N} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a+b \leq a^2+b^2 \Rightarrow \text{Если } a+b < a^2+b^2, \text{ то}$$
$$a+b / a^2+b^2 \Rightarrow m / a^2+b^2$$

$$\text{Если } a+b = a^2+b^2 \Rightarrow a=1 \text{ (при } a, b \in \mathbb{N})$$
$$b=1$$

$\Rightarrow \frac{a}{b}$  - сократима дробь, это не противоречит  
по условию  $\Rightarrow m / a^2+b^2 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow m$  может быть кратна 4 но мин  
мал максимум  $m \Rightarrow 8 > 4 \Rightarrow m=8$ .

Ответ: 8.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№3

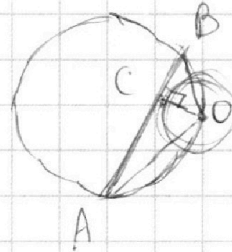
Дано:  $\omega$ ,  $\Omega$   
 $AB$  - кас. к  $\omega$

~~Решение:~~

$AC:CB = 7$

~~$\triangle ABC$~~

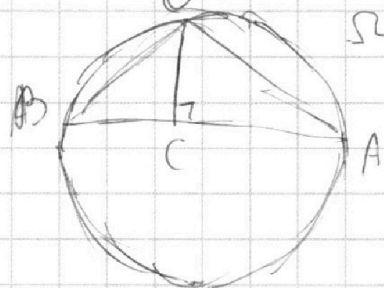
~~$R = 5$~~   
 ~~$r = 1$~~



Найти:  $AB$  - ?

Решение:  $\triangle ABC$  вписан в окружность  $\Omega$ .

$$S_{ABO} = \frac{OC \cdot AB}{2}$$



Нам также  $S_{ABO} = \frac{OB \cdot BA \cdot \sin \angle AOB}{2}$   
где  $R$  - радиус описанной окружности  
в нашем случае  $R = 5$

Так как  $O$  лежит на  $\omega$  - стн  $\Omega$ .

Так как  $AB$  - касательная к  $\omega$ , где  $C \in \omega$   
 $\angle OCB = 90^\circ$   $OC = r = 1$

$AB$  - касательная  $\Rightarrow OC \perp AB$ , где  $OC = r$ .

По теор. Пифагора:  $OC^2 + BC^2 = OB^2$   
 $OC^2 + AC^2 = OA^2$

Пусть  $BC = x \Rightarrow AC = 7x$  ( $\frac{AC}{CB} = 7 \Rightarrow AC = 7 \cdot BC$ )  
( $x > 0$ )

$$OC = 1 \Rightarrow OB = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$OA = \sqrt{1 + 49x^2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$S_{ABO} = \frac{OC \cdot AB}{2}$$

$$OC = 1$$

$$AB = BO + OA = x + 7x = 8x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_{ABO} = \frac{1 \cdot 8x}{2} = 4x$$

$$S_{ABO} = \frac{OB \cdot BA \cdot AO}{4R} = \frac{8x \cdot \sqrt{1+x^2} \cdot \sqrt{1+49x^2}}{4 \cdot 5}$$

$$\frac{8x \cdot \sqrt{1+x^2} \cdot \sqrt{1+49x^2}}{4 \cdot 5} = 4x$$

$$\sqrt{1+x^2} \cdot \sqrt{1+49x^2} = 10 \quad \left| \begin{array}{l} \text{возведем в квадрат} \\ \text{обе части} \\ \text{положительные} \end{array} \right.$$

$$(1+x^2)(1+49x^2) = 100$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$$

$$x^2 = 1 \quad x^2 = -\frac{99}{49}$$

$$x = 1 \quad x \in \emptyset$$

$$AB = 8x \rightarrow AB = 8$$

Ответ: 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x, \quad x \notin \left[\frac{2}{3}; 1\right]$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = (2x^2 - 5x + 3) - (2x^2 + 2x + 1)$$

$$\begin{aligned} \text{Замена: } 2x^2 - 5x + 3 &= a, & a \geq 0 \\ 2x^2 + 2x + 1 &= b, & b \geq 0 \end{aligned}$$

$$\text{Тогда: } \sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

$$(a - \sqrt{a}) = b - \sqrt{b}$$

$$\text{Тогда } a = b \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1$$

$$7x = 2$$

$$x = \frac{2}{7}$$

$$\text{Либо } a = 1, b = 0 \Rightarrow \begin{aligned} 2x^2 - 5x + 3 &= 1 \\ 2x^2 + 2x + 1 &= 0 \end{aligned}$$

$$2x^2 - 5x + 2 = 2x^2 + 2x + 1$$

$$7x = 1$$

$$x = \frac{1}{7}$$

$$\text{Либо } b = 1, a = 0 \Rightarrow \begin{aligned} 2x^2 - 5x + 3 &= 0 \\ 2x^2 + 2x + 1 &= 1 \end{aligned}$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x$$

$$x = \frac{3}{7}$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{7}; \frac{2}{7}; \frac{3}{7}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

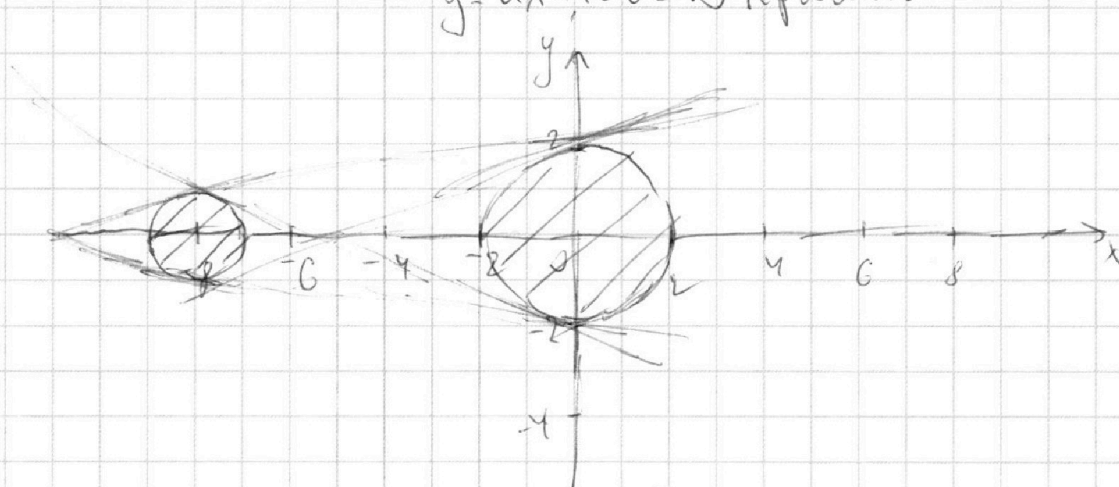
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{N 6} \begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

Нарисуем график

$$\begin{aligned} (x+8)^2 + y^2 = 1 & - \text{окружность, центр } (-8; 0) \\ x^2 + y^2 = 4 & - \text{окружность, центр } (0; 0) \\ y = ax + 10b & - \text{прямая} \end{aligned}$$



Заштрихованная область  $\rightarrow$  область, которая подпадает под второе неравенство.

Если прямая  $y = ax + 10b$  будет пересекать окружность, то будет  $\infty$  решений.

Если окружность не будет пересекаться

Чтобы было 2 решения  $y = ax + 10b$  должна быть касательной к ~~окружности~~ ~~обеим~~ ~~окружностям~~.

$$\text{Тогда } y = ax + 10b \text{ где } \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 = 1 \\ x_1^2 + y_1^2 = 4 \end{cases}$$

$$y - ax = y_1 - ax_1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~$y = \frac{y_1}{x}$~~   $y = \pm \sqrt{1 - (x+8)^2}$   $y_1 = \pm \sqrt{1 - x_1^2}$

Всего получается 4 параметра  $a$ , при этом  $a_1 = -a_2$   
 $a_3 = -a_4$   $\Rightarrow$

$$\frac{1 - (x+8)^2}{x^2} = \frac{1 - x_1^2}{x_1^2}$$
$$\frac{-x^2 - 16x - 64}{x^2} = \frac{1 - x_1^2}{x_1^2}$$
$$\frac{-16x - 64}{x^2} = \frac{1}{x_1^2}$$

$\Rightarrow$  Всего  $y$  как получается 4 касательные.

Ответ: всего 4 параметра  $a$ , при которых найдутся значения  $b$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$S = \frac{abc}{4R}$$

$$S = \frac{1}{2} h \cdot a = \frac{y}{x} = \frac{y_1}{x_1}$$

$$\begin{aligned} (x+8)^2 + y^2 &= 1 \\ x^2 + y^2 &= 4 \end{aligned}$$

$$\frac{abc}{4R} = \frac{1}{2} h \cdot a$$

$$\begin{aligned} x^2 + 16x + 64 + y^2 &= 1 \\ x^2 + y^2 + 16x + 63 &= 0 \end{aligned}$$

$$\sqrt{x^2+1} \cdot \sqrt{49x^2+1} = 2 \cdot 28 \cdot 1$$

$$bc = 2R \cdot h$$

$$y = ax + 106$$

$$(x^2+1)(49x^2+1) = 2500$$

$$\begin{aligned} (x+8)^2 + y^2 &= 1 \\ y &= ax + 106 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 49x^4 + 50x^2 - 2499 &= 0 \\ 49x^4 + 50x^2 - 99 &= 0 \end{aligned}$$

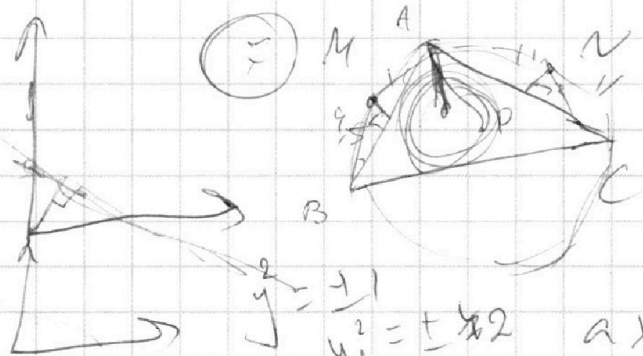
$$y - ax = y_1 - ax_1 \quad x^2 = 1$$

$$\begin{aligned} (x+8)^2 + y^2 &= 1 \\ x^2 + y^2 &= 4 \\ y_1 &= \sqrt{4-x_1^2} \quad (x=1) \end{aligned}$$

$$a = \frac{y}{x} = \frac{y_1}{x_1}$$

$$\sqrt{1-(x+8)^2} - ax = \sqrt{4-x_1^2} - ax_1$$

$$AB = 8$$



$$g = \frac{|Ax+By+C|}{\sqrt{A^2+B^2}} = \frac{21}{1} = 1$$

$$x + 2y - x - 1 = 0$$

$$g = \frac{|Ax^2 + By^2 + C|}{\sqrt{A+B}}$$

$$ax - y + 106 = 0$$

$$y = ax + 106$$

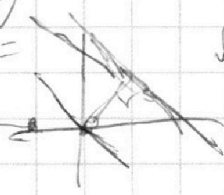
$$\begin{aligned} (x+8)^2 + y^2 &= 1 \\ x^2 + y^2 &= 4 \end{aligned}$$

$$a^2 + (4412 - a^2) = \sqrt{2}$$

$$y = -x$$

$$g = \frac{\sqrt{2}}{1}$$

$$y = -x + 2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = ax + 106 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = ax + 106 \\ (x+8)^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

$$1. \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = ax + 106 \\ (x+8)^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

$$y - ax = y_1 - ax_1$$

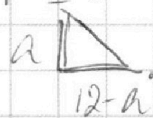
$$(x+8)^2 + y^2 = 1$$

$$x^2 + y^2 = 4 \quad x = \frac{2}{7}$$

$$\begin{cases} y_1 = \pm \sqrt{4 - x^2} \\ y = \sqrt{1 - (x+8)^2} \end{cases}$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$\sqrt{\frac{8}{49} - \frac{10}{7} + \frac{9}{49}} - \sqrt{\frac{8}{49} + \frac{4}{7} + \frac{2}{49}} = 0$$



$$\frac{11}{7} = \frac{11}{7}$$

$$4x^2 - 5x + 3 - 2\sqrt{(x-1)(2x-3)(2x^2+2x+1)} = 4 + 49x^2 - 48x$$

$$-45x^2 + 25x = 2\sqrt{(x-1)(2x-3)(2x^2+2x+1)}$$

$$-5x(9x-5) = 2\sqrt{(x-1)(2x-3)(2x^2+2x+1)}$$

$$+25x^2(81x^2 - 90x + 25) = 4(x-1)(2x-3)(2x^2+2x+1)$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

u  
a

v  
b

$$y = ax + 106$$

$$\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2} = a - b = \frac{\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}}{\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}}$$

$$D = \frac{\sqrt{Ax^2 + By + C}}{|A+B|c} \quad (a - \sqrt{a}) = b - \sqrt{b}$$

$$a - b = 2\sqrt{ab} = a^2 + b^2 - 2ab$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

①  $ab = 2^{14} \cdot 7^{10}$      $bc = 2^{17} \cdot 7^{17}$      $ac = 2^{20} \cdot 7^{27}$     ~~МЗМЗМЗ~~

~~$a^2 = 2^{28} \cdot 7^{20}$~~   
 $a^2 b^2 c^2 = 2^{51} \cdot 7^{64}$   
 $abc = 2^{20} \cdot 7^{32}$

~~$a = 2^{14} \cdot 7^{10}$~~   
 ~~$b = 2^{17} \cdot 7^{17}$~~   
 ~~$c = 2^{20} \cdot 7^{27}$~~   
 $abc = 2^{37} \cdot 7^{56}$

$a = 2^8$      $b = 2^{11}$      $c = 2^8$

$ab = k \cdot 2^{14} \cdot 7^{10}$   
 $bc = m \cdot 2^{17} \cdot 7^{17}$   
 $ca = n \cdot 2^{20} \cdot 7^{27}$

$a^2 b^2 c^2 = kmn \cdot 2^{51} \cdot 7^{64}$

②  $\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$   
 $1 - 2 + 1$

$a+b : m$   
 $a^2-6ab+b^2 : m$

$a^2+2ab+b^2 : m$   
 $a^2-6ab+b^2 : m$   
 $3a^2+6ab+3b^2 : m$

$a = 1$      $b = 7$

$\frac{a+b}{ab} = \frac{a+b}{ab}$

$8ab : m$

$4a^2+6ab+b^2 : m$

$\frac{1+49-42}{8} = \frac{8}{8} = 1$

$a, b$  — ~~равны~~ либо оба четные,  
либо разной четности

$\frac{a+b}{a^2+b^2}$

$a+b : n$      $a^2+2ab+b^2 : n$   
 $a^2+b^2 : n$      $a^2+b^2 : n$   
 $2ab : n$

$\frac{a^2-6ab+b^2}{a^2+b^2}$

Ответ: 8

③  $\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$

$\Delta = 25 - 24 = 1$      $\Delta = 4 - 8$

~~$x = \frac{5 \pm 1}{4}$~~   
 $x \in [\frac{3}{4}, 1]$

$\sqrt{(x-1)(2x-3)} + \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$

$(2x^2-5x+3)\sqrt{2x^2+2x+1} = 4x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 10x - 10x^2 - 5x + 6x^2 + 6x + 3 = 4x^4 - 6x^3 - 2x^2 + x + 3$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:



1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$4x^4 - 6x^3 - 2x^2 + x + 3$$

$$(2x^2 - 5x + 3)$$

$$4 \quad -6 \quad -2 \quad 1 \quad 3$$

$$(2x^2 - 5x + 3 - \sqrt{2x^2 - 5x + 3}) =$$

$$1 \quad 4 \quad -2 \quad -4 \quad -3 \quad 0$$

$$= (2x^2 + 2x + 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$$

$$a - \sqrt{a} = b - \sqrt{b}, \quad a, b \geq 0$$

$$(4x^3 - 2x^2 - 4x - 3)$$

$$4 \quad -2 \quad -4 \quad -3$$

$$a = b$$

$\text{ли } 0 \quad \begin{cases} a=1 & b=0 \\ b=1 & a=0 \end{cases}$

$$\frac{3}{2} \cdot 4 \quad 4 \quad 2 \quad 0$$

$$2x^2 - 5x + 2 = 2x^2 + 2x + 1$$

$$\neq x = 1$$

$$-2 \sqrt{(x-1)(x-1,5)} (4x^2 + 4x + 2) = 2 - 7x$$

$$2(2x^2 + 2x + 1)$$

$$a = 16 \quad b = 1 \quad a = 0$$

$$4x^2 - 3x + 4 = 0$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x$$

$$4x^2 + 4x + 2 = 0$$

$$\neq x = 3$$

$$2(2x^2 + 2x + 1) = 0$$

$$x = \frac{3}{7}$$

$$(2x^2 + 2x + 1) = (x-1)(x-1,5)(2x^2 + 2x + 1)$$

$$2x^2 + 2x + 1 = 2x^2 - 10x + 6$$

$$2x^2 - 12x + 5 = 0$$

$$a = 7 \cdot 2^0$$

$$c = 7 \cdot 2^1$$

$$b = 2^6$$

$$2 \sqrt{(2x^2 + 2x + 1)} = 2(x-1) \sqrt{(x-1,5)}$$

$$D = 144 - 40 = 104$$

$$\sqrt{12 \pm}$$

$$2 \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2x^2 - 5x + 3$$

$$\neq x = 2$$

$$x = \frac{2}{4}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = ax + 10b \end{cases} \quad \begin{matrix} x=0 & y = \pm 2 & y=0 & x = \pm 2 \\ 10b = -2a & & & b = \frac{1}{5} \\ 10b = 2a & & & b = -\frac{1}{5} \end{matrix}$$

$$\begin{cases} y = ax + 10b \\ (x_1^2 + 5)^2 + y^2 = 1 \end{cases} \quad \begin{matrix} x = -8 & y = \pm 1 \\ \begin{cases} 1 = -8a + 10b \\ -1 = -8a + 10b \end{cases} \end{matrix}$$

5)  $2x_2^2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$

$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 12$$

$$x_2 = 6 + x_1$$

$$p = \frac{\sqrt{Ax^2 + By + C}}{|A+B|}$$

$$10 \cdot 24 = 240$$

2)  $a=1, b=15$

$$\frac{16}{1+225-90} = \frac{16}{136} = \frac{4}{34} = \frac{2}{17}$$

$$y = ax + 10b$$

$$ax - y + 10b = 0$$

3)

$$S = p \cdot x \quad S = \frac{abc}{4R}$$

$$S = \frac{25 \cdot 8x^2}{4 \cdot 255}$$

$$S = 4x \cdot 10x$$

$$S = 4x \cdot \sqrt{25 - 16x^2}$$

$$2x = 4x \cdot \sqrt{25 - 16x^2}$$

$$2 \cdot \sqrt{25 - 16x^2} = 1$$

$$4(25 - 16x^2) = 1$$

$$100 - 64x^2 = 1$$

$$64x^2 = 99$$

$$x^2 = \frac{99}{64}$$

$$x = \frac{3\sqrt{11}}{8}$$

$$p = \frac{\sqrt{10b}}{|a-1|}$$

$$2 = \frac{\sqrt{10b}}{|a-1|}$$

$$100 - 64x^2 = 1$$

$$64x^2 = 99$$

$$x^2 = \frac{99}{64}$$

$$x = \frac{3\sqrt{11}}{8}$$

$$64a = 306$$

$$32a = 153$$

$$24 \cdot 64a + 10b = 106$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Ⓒ 
$$\begin{cases} ax - y + 106 = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

$$y = ax + 106$$
  

$$y = a\sqrt{4-x^2} + 106$$
  

$$y_1 = a\sqrt{41 - (x+8)^2} + 106$$

$$(x+8)^2 + y^2 - 1 = 0$$
  

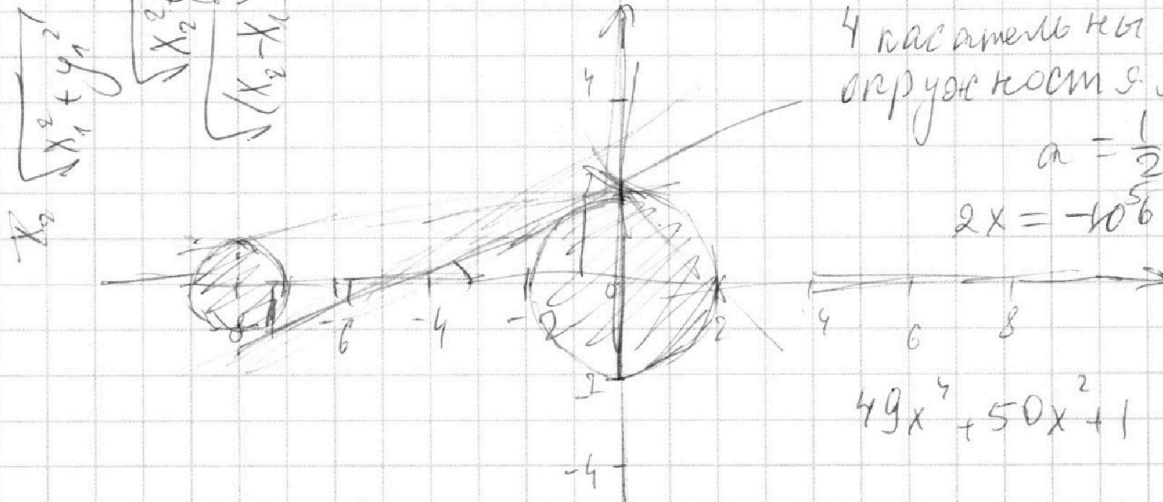
$$(x+8)^2 + y^2 = 1$$
  

$$x^2 + y^2 = 4$$

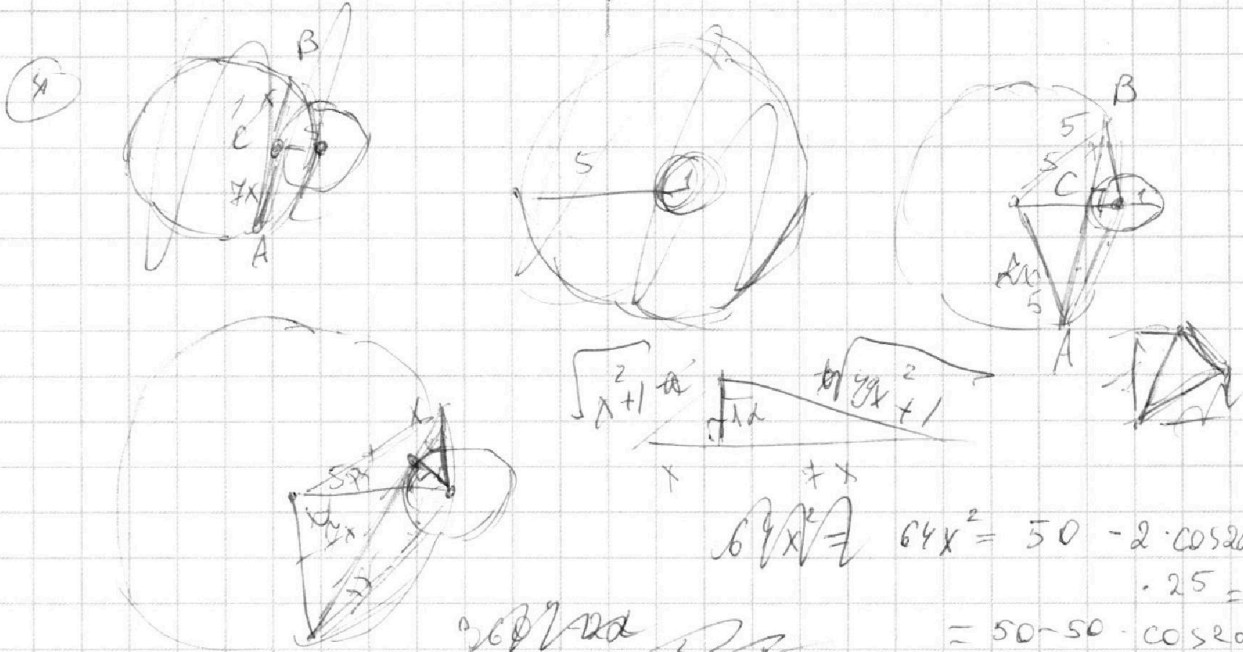
4 касательные к кр. к  
 окруж. касат. с. м.

$$a = \frac{1}{2}$$
  

$$2x = -106$$



$$49x^4 + 50x^2 + 1$$



$$\sqrt{\lambda+1} \cdot \sqrt{\lambda} \cdot \sqrt{49x^2+1}$$

$$64x^2 = 50 - 2 \cdot \cos 2\alpha \cdot 25 = 50 - 50 \cdot \cos 2\alpha$$

$$50 - 10 \cdot \sin \alpha \cos \alpha = 50x^2$$
  

$$64x^2 = 50x^2 + 25 - 2 \cos \alpha \cdot \sqrt{(49x^2+1)(x^2)}$$