



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-16;80)$, $Q(2;80)$ и $R(18;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 1

$$ab: 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$$

$$bc: 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17}$$

$$ac: 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}$$

III. Пусть пусть $ab = k \cdot 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$, $bc = l \cdot 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17}$, $ac = m \cdot 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}$

$$a^2 b^2 c^2 = k \cdot 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} \cdot l \cdot 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17} \cdot m \cdot 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39} = k \cdot l \cdot m \cdot 2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68}$$

III. е. $k \cdot l \cdot m$ должно быть полным квадратом, чтобы $a^2 b^2 c^2$ было полным квадратом

$$\begin{cases} a \cdot b \cdot c = k \cdot l \cdot 2^{20} \cdot 3^{34} \cdot 5^{29} \\ ac = m \cdot 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39} \end{cases}$$

$$b = \sqrt{\frac{k \cdot l}{m} \cdot 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{10}}$$

III. b - натуральное, $\frac{k \cdot l}{m} \cdot 5^{10}$ - т.к. k, l, m натуральные, то $k \cdot l \cdot 5^{10}$, $k \cdot l \cdot 5^{10}$

это - то из k, l, m кратно 3, т.к. степень 3 под корнем должна быть четной.

$$\text{Итого } k \cdot l \cdot m \geq 5^{10} \cdot 3 \Rightarrow abc \geq \sqrt{5^{10} \cdot 3 \cdot 2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68}} = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$$

Пример тогда пусть a, b, c - $a = 2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{12}$, $b = 2^3 \cdot 3^7$, $c = 2^9 \cdot 3^{13} \cdot 5^{27}$,

$$a \cdot b \cdot c = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$$

страница 1 из 1

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$14a^2(1-k)^2 = 7a \cdot 2a \cdot k^2 \Rightarrow (1-k)^2 = k^2 \Rightarrow k = \frac{1}{2}, \text{ тогда } \frac{S_{CEEF}}{S_{CAD}} = k^2 =$$

$$= \frac{1}{4}, \text{ но } \frac{S_{CAD}}{S_{ABC}} = \frac{AD}{AD+BD} = \frac{5}{7} \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{EEF}} = \frac{28}{5}$$

$$\text{Ответ: } \frac{S_{ABC}}{S_{EEF}} = \frac{28}{5}$$

28/5

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

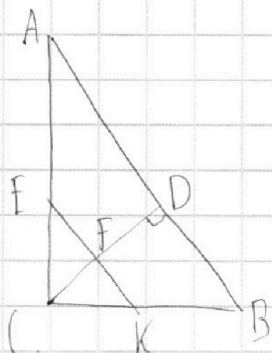
1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 2



Решение:

$\triangle ABC$ - прямоугольный

CD - высота

$$\frac{AD}{DB} = \frac{5}{2}$$

Найти:

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle CEF}}$$

Решение:

1. Пусть $AD = 5a$, тогда $DB = 2a$.

2. $\sin \angle CAD = \sin \angle CBD$, так как $\angle CAD = \angle CBD \Rightarrow CD = \sqrt{50}a$ как высота

в прямоугольном треугольнике.

3. $CB = \sqrt{CD^2 + BD^2} = a\sqrt{4}$ по теореме Пифагора

4. Из подобия $\triangle CEF \sim \triangle CKB$ (или $\triangle CEF \sim \triangle CKB$) следует, что $EF \parallel KB$

параллельную ей AB . $\frac{EF}{AD} = \frac{EK}{AB} = \frac{KF}{BD} = \frac{CK}{CB} = k$, где k - коэффициент

подобия. Найдем площадь точки K относительно $\triangle ABC$. С одной стороны это KB^2 , а с другой $KB \cdot KE$, где

$$BC^2 (1-k)^2 = BD \cdot AB = k^2$$

Итак, ответ 112

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 3

$$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$10 \arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x)) = \pi - 2x$$

Значение \arcsin берем на отрезке от $-\frac{\pi}{2}$ до $\frac{\pi}{2}$, тогда \Rightarrow

$$\arcsin(\frac{\pi}{2} - x) = \frac{\pi}{2} - x + 2\pi n, \text{ если } (\frac{\pi}{2} - x) \in [2\pi n - \frac{\pi}{2}; 2\pi n + \frac{\pi}{2}], n \in \mathbb{Z}, \text{ либо}$$

$$\arcsin(\frac{\pi}{2} - x) = \frac{\pi}{2} - x + 2\pi n, \text{ если не принадлежит. Тогда } n \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} 5\pi - 10x + 20\pi n = \pi - 2x \\ (\frac{\pi}{2} - x) \in [2\pi n - \frac{\pi}{2}; 2\pi n + \frac{\pi}{2}] \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5\pi + 10x + 20\pi n = \pi - 2x \\ (\frac{\pi}{2} + x) \in [2\pi n + \frac{\pi}{2}; 2\pi n + \frac{3\pi}{2}] \end{cases}$$

$$\begin{cases} n = \frac{\pi - 5\pi}{5\pi} \\ x = \frac{\pi + 5\pi n}{2} \end{cases}$$

$$\frac{5\pi n}{2} \geq 2\pi n - \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{5\pi n}{2} \leq 2\pi n + \frac{\pi}{2}$$

$$x = \frac{5\pi n + \pi}{2}$$

$$\frac{5\pi + 5\pi n}{2} \geq 2\pi n + \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{5\pi + 5\pi n}{2} \leq 2\pi n + \frac{3\pi}{2}$$

$$\begin{cases} n \in [-1; 1] \cap [-\frac{1}{5}; \frac{1}{5}] \cap [-1; 1] \\ x = \frac{\pi + 5\pi n}{2} \end{cases}$$

интервалы 1032

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~$$\left\{ \begin{aligned} \text{Arg} &= \left[\frac{2}{3}; \frac{4}{3} \right] \cup \left[-2; -1 \right] \cup \left[-\frac{2}{3}; -\frac{4}{3} \right] \cup \left[-1; -4 \right] \cup \left[-\frac{2}{3}; \frac{4}{3} \right] \cup \left[-1; -4 \right] \cup \left[-\frac{2}{3}; \frac{4}{3} \right] \\ x &= \frac{5jn - \pi}{3} \end{aligned} \right. \quad n \in \left[-\frac{2}{3}; \frac{4}{3} \right]$$~~

~~$$\begin{aligned} x &= \frac{\pi}{2} \\ x &= -\frac{2\pi}{3} \\ x &= \frac{3\pi}{3} \\ x &= \frac{4\pi}{3} \\ x &= \frac{5\pi}{3} \\ x &= \frac{6\pi}{3} \\ x &= \frac{7\pi}{3} \\ x &= \frac{8\pi}{3} \\ x &= \frac{9\pi}{3} \\ x &= \frac{10\pi}{3} \\ x &= \frac{11\pi}{3} \\ x &= \frac{12\pi}{3} \end{aligned}$$~~

$$\begin{aligned} x &= 3\pi \\ x &= \frac{\pi}{2} \\ x &= -2\pi \\ x &= 3\pi \\ x &= \frac{4\pi}{3} \\ x &= \frac{\pi}{3} \\ x &= -\frac{\pi}{3} \\ x &= -2\pi \end{aligned}$$

~~Ответ: $-2\pi; -\frac{\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; 3\pi; \frac{\pi}{2}; -\pi; \frac{14\pi}{3}; -2\pi; -\frac{11\pi}{3}; -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}$~~

~~$$\frac{4\pi}{3}; 3\pi$$~~

Ответ: $-2\pi; -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}; \frac{4\pi}{3}; 3\pi$

Играшка 2 из 2



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Ответ: } \alpha \in \left(-\infty, -\frac{3\sqrt{51}}{7}\right) \cup \left(\frac{3\sqrt{51}}{7}, +\infty\right)$$

Ирина Иванова 2022

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_5 2x + \log_5 y = 0$$

$$\log_5 2xy = 0$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$\text{Ответ: } xy = \frac{1}{2}$$

Суренянц 2432

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 5

$$\log_5^4(2x) - 3\log_5 2x = \log_5 8x^3 + 25 - 3 \quad \text{Преобразуем}$$

$$\log_5^4(2x) - \frac{3}{\log_5 2x} = \frac{8}{\frac{3}{4} \log_5 2x} - 3 \quad | \cdot \log_5 2x$$

$$\begin{cases} \log_5^5 2x + 3\log_5 2x - \frac{13}{3} = 0 \\ \log_5 2x \neq 0 \end{cases}$$

Аналогично

$$\log_5^4 y + \frac{4}{\log_5 y} = \frac{1}{3 \log_5 y} - 3 \quad | \cdot \log_5 y$$

$$\begin{cases} \log_5^5 y + 3\log_5 y + \frac{13}{3} = 0 \\ \log_5 y \neq 0 \end{cases}$$

Итак, получившиеся уравнения.

$$\begin{cases} \log_5^5 2x + \log_5^5 y + 3\log_5 2x + 3\log_5 y = 0 \\ x \neq \frac{1}{2} \\ yx \neq 1 \end{cases}$$

Заметим, что $a^5 + b^5 = (a+b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)$, при этом вторая

чл. произведения неотрицательна.

$$\begin{cases} (\log_5 2x + \log_5 y) \cdot (\log_5^4 2x + \log_5^3 2x \cdot \log_5 y + \log_5^2 2x \cdot \log_5^2 y - \log_5 2x \cdot \log_5^3 y + \log_5^4 y + 3) = 0 \\ x \neq \frac{1}{2} \\ y \neq 1 \end{cases}$$

Второй элемент произведения строго больше нуля \Rightarrow нулю равен первый

страница 1 из 2

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 6

Каждый угол наклона ребра параллелипипеда

ребра параллелипипеда $\tan \alpha = \frac{16}{20} = \frac{4}{5} = \frac{30}{-16} = -5$

$5x_2 = 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$

Разобьем это равенство на два

$y_1 = a - 5x_1$

$y_2 = b - 5x_2$

При этом $b - a = 45$. Заметим, что графики этих уравнений

параллельны ребру параллелипипеда, при этом второе ребро

параллельно OY. Будем увеличивать a пока линия с нулем

$80 - 45 = 35$. При $a = 0$ $y_1 = -5x_1$, т.е. A лежит на отрезке OP

в плоскости целочисленных x и y реализуется на прямой $y_1 = -5x_1$

только равно $80 - 35 = 45$, на прямой $y_2 = 45 - 5x_1$ также

только равно $80 - 35 = 45$, на прямой $y_1 = 45 - 5x_1$ также

только равно $80 - 35 = 45$, на прямой $y_1 = 45 - 5x_1$ также

только равно $80 - 35 = 45$, на прямой $y_1 = 45 - 5x_1$ также

только равно $80 - 35 = 45$, на прямой $y_1 = 45 - 5x_1$ также

только равно $80 - 35 = 45$, на прямой $y_1 = 45 - 5x_1$ также

только равно $80 - 35 = 45$, на прямой $y_1 = 45 - 5x_1$ также

только равно $(\frac{45}{5} + 1) \cdot 17^2 + (45 - \frac{45}{5}) \cdot 16^2 = 287 \cdot 10 + 36 \cdot 256 = 2870 + 9216 = 12086$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Вариант: 12106

Стрелков Д. А. 21/02

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = \frac{9}{4} \cdot 24 \cdot \sqrt{123 - 16 \sqrt{64 - \frac{625}{36}}} \cdot \sqrt{123 + 16 \sqrt{64 - \frac{625}{36}}} = 9 \cdot 24 \cdot 4 \times$$
$$\times \sqrt{64 - \left(64 - \frac{625}{36}\right)} = 9 \cdot 24 \cdot 4 \cdot \frac{25}{6} = 3600$$

Ответ: $AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 3600$

интересная задача

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

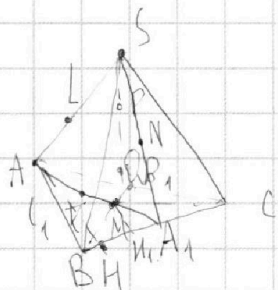
1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 7



Доказ.
 $SP = MQ, S_{ABV} = 100,$
 $R = 5,$
 $SA = BC = 16.$
 $S_N = 4.$
 Найти:

$AA_1, BB_1, CC_1 - ?$
 $a - ?$

Решение:

1. Т.к. $L, K, Q, P \in AMS$, эти 4 точки лежат на одной окружности.

2. Поскольку углы между точками S и M равны, значит, это круглая дуга.

$$\begin{cases}
 SL^2 = SP \cdot (SP + PQ) \\
 KM^2 = MQ \cdot (MQ + QR)
 \end{cases}$$

т.к. $SP = MQ \Rightarrow SL = KM, \text{ но } AL = AK \Rightarrow AS = AM \Rightarrow$
 $\Rightarrow \triangle ASM - \text{ равнобедренный}, AM = AS = BC = 16, \text{ но } AA_1 = \frac{3}{2} AM = 24, MA_1 = \frac{1}{2} AM = 8$

3. $AH = \frac{2S_{ABV}}{BC} = 12,5$

4. $MH_1 = \frac{AH}{3}$, т.к. MH_1 - медиана к BC.

$$MA_1 = \sqrt{8^2 - \frac{625}{36}}$$

$$5. BM = \sqrt{8^2 - \left(8^2 - \frac{625}{36}\right)^2 + \frac{625}{36}} = \sqrt{64 - 16 \cdot 128 - 16 \cdot \sqrt{64 - \frac{625}{36}}}$$

$$6. LM = \sqrt{\left(8 + \sqrt{8^2 - \frac{625}{36}}\right)^2 + \frac{625}{36}} = \sqrt{128 + 16 \cdot \sqrt{64 - \frac{625}{36}}}$$

страница 1 из 2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$10\left(\frac{\pi}{4} - x + 2\sin n\right) = \pi + 2x \quad \frac{9\pi n}{2} < \frac{\pi}{2} \quad \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -1 = \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)$$

$$5\pi - 10x + 20\sin n = \pi - 2x \quad \sin(10) \approx \frac{9216}{2890} \approx 3.19$$

$$8x = 20\sin n + 4\pi$$

$$x = \frac{\pi}{2} - x \leq \pi + 2\sin n \leq \pi$$

$$\frac{\pi}{2} - x \geq \pi - \pi + 2\sin n \geq -\pi \quad \frac{\pi}{2}$$

$$x = \frac{5}{2}\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$x \geq 2\sin n - \frac{\pi}{2}$$

$$x \leq \frac{3\pi}{2} + 2\sin n$$

$$\frac{5}{2}\pi + \frac{\pi}{2} \geq 2\sin n - \frac{\pi}{2}$$

$$\log_5^4(2) - 3\log_2^4 5 = \log_2^4 3.625 - 3$$

$$\log_5^4 y + 4\log_5^4 5 = \log_5^4 3.02 - 3$$

$$\frac{1}{\log_2^4 5} - 3\log_2^4 5 = \frac{4}{3}\log_2^4 5 - 3$$

$$\frac{1}{x^4} - 3x = \frac{4}{3}x - 3$$

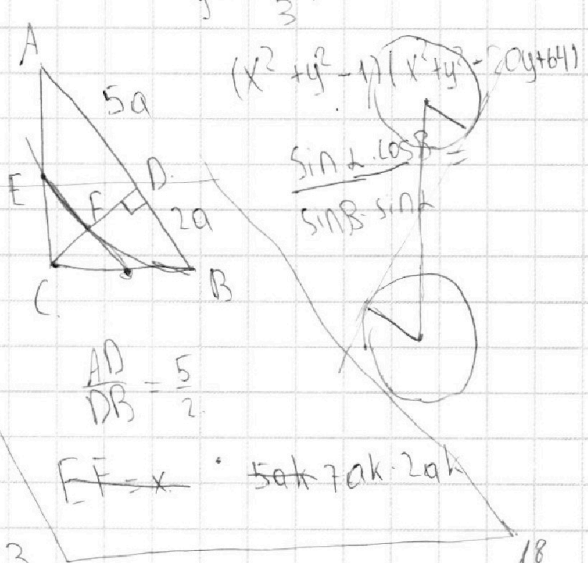
$$a(a+d) = e^2 \cdot c^2$$

$$\frac{13}{3}x^5 - 3x^4 - 1$$

$$\log_5^5 2x + \log_5^5 4y + 3\log_5^5 2x + 3\log_5^5 4y = 0$$

$$x^4 = \frac{13}{3} - 3 \quad SA = AM$$

$$x^5 + \frac{13}{3} + 3x - \frac{13}{3} \quad \frac{\pi n}{3}$$



$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 2cy + 1)$$

$$\frac{\sin A \cdot \cos B}{\sin B \cdot \sin A}$$

$$\frac{1}{x^4} = \frac{16}{9}xy - 13x + 13y$$

$$\frac{\pi n}{2} \geq -\frac{\pi}{2} \quad \frac{1}{y} = -\frac{13}{3}y - 3$$

$$n \geq -1 \quad y_1 = 0 - 5x_1$$

$$\frac{1}{y^4} + 4y = -\frac{1}{3}y - 3 \quad y_2 = 6 - 5x_2$$

$$\frac{13}{3}y^5 + 3y^4 + 1 - \frac{4\pi}{6}$$

$$\frac{5\pi}{6} - \frac{5\pi n}{3} \geq 2\sin n \cdot \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{11\pi n}{18} \leq \frac{2\pi}{6} \quad n \leq \frac{1}{11} \quad n \geq -\frac{2}{3}$$