



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



- † 1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения $\frac{abc}{2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{34}}$.
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- † 5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4 (0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

- † 6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.
- а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
- б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Введем несколько переменных:

$a_2; a_3; a_5$ - стороны вомгдены в a 2; 3; 5 соответственно

аналогично $b_2; b_3; b_5; c_2; c_3; c_5$. Все a_i, b_i, c_i целые и неотрицательные

Из условий: $ab: 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11}$; $ac: 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$; $bc: 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13}$

Тогда выпишем несколько систем:

$$\begin{cases} a_2 + b_2 \geq 6 \\ a_2 + c_2 \geq 10 \Rightarrow a_2 + b_2 + c_2 \geq 18 \\ b_2 + c_2 \geq 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_3 + b_3 \geq 13 \\ a_3 + c_3 \geq 25 \\ b_3 + c_3 \geq 21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_3 + b_3 + c_3 \in \mathbb{Z} \\ a_3 + b_3 + c_3 \geq 29,5 \Rightarrow a_3 + b_3 + c_3 \geq 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_5 + b_5 \geq 11 \\ a_5 + c_5 \geq 28 \\ b_5 + c_5 \geq 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_5 + b_5 + c_5 \geq 26 \\ a_5 + c_5 \geq 28 \Rightarrow a_5 + b_5 + c_5 \geq 28 \\ b_5 \geq 0 \end{cases}$$

Вполне очевидно, что в текущих обозначениях $a_2 + b_2 + c_2; a_3 + b_3 + c_3; a_5 + b_5 + c_5$ - стороны вомгдены в abc соответственно

Тогда $abc \geq 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

$abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$ достижимо, к примеру, при $\begin{cases} a = 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{14} \\ b = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^0 \\ c = 2^{12} \cdot 3^{16} \cdot 5^{14} \end{cases}$

Ответ: $2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Высота делит гипотенузу в отношении 5:2 (из условия),

что даёт нам перпендикулярное то, что стороны прямоугольного

треугольника как $\sqrt{14} : \sqrt{35} : 7$

вернёмся к координатному методу:

$A(0; \sqrt{14}t); C(0;0); B(\sqrt{35}t; 0)$, где $t > 0$, t — какое-то число
координата

Тогда очевидно найдём
координаты точки D

Пусть E имеет абсциссу a .
Тогда (если $E \in CD$), ордината
равна $a\sqrt{\frac{5}{2}}$

$AB \parallel EF \Rightarrow CF = BC \cdot \frac{CE}{CB} \Rightarrow$
 $\Rightarrow F$ имеет координаты $(\frac{7}{2}a; 0)$

Центр окружности O лежит

где-то на $y = \sqrt{14}t$ (если окружность $AO \perp AC$)
из условия

$\rho(A; D) = \rho(E; O) = \rho(F; O)$, так это сеп. пер. к AE ; сеп. пер. к EF и

$y = \sqrt{14}t$ должны пересекаться в одной точке

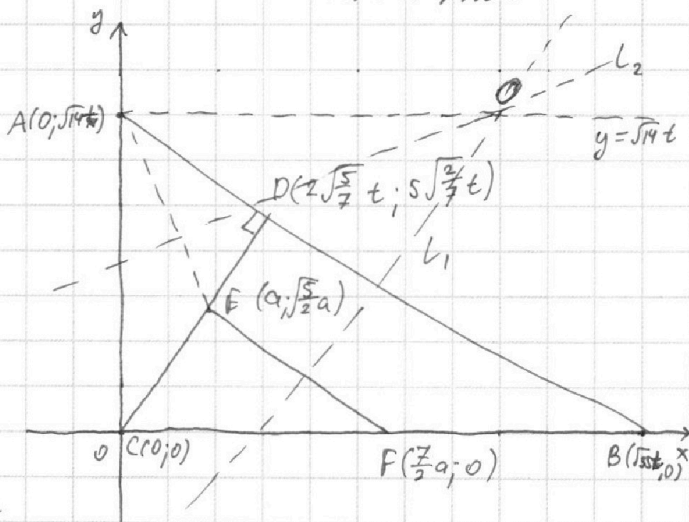
Пусть сеп. пер. к EF — L_1 . Тогда $L_1 \perp EF$ и $\rho(L_1; E) = \rho(L_1; F)$,

L_1 задаётся как: $y = \sqrt{\frac{5}{2}}x - \frac{7\sqrt{5}a}{4\sqrt{2}}$

Аналогично найдём L_2 , сеп. пер. к AE : $y = \frac{ax}{\sqrt{14}t - \sqrt{5}a} + \frac{\frac{3}{2}a^2 - 14t^2}{2\sqrt{14}t - \sqrt{10}a}$

$(y = \sqrt{14}t) \cap L_1 = (2\sqrt{\frac{7}{5}}t + \frac{7}{4}a; \sqrt{14}t)$

Эта точка должна принадлежать L_2



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Отсюда:
$$\sqrt{14}t = \frac{a(2\sqrt{\frac{7}{5}}t + \frac{7}{4}a)}{\sqrt{14}t - \sqrt{\frac{5}{3}}a} + \frac{\frac{3}{2}a^2 - 14t^2}{2\sqrt{14}t - \sqrt{10}a}$$

Отсюда $a =$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

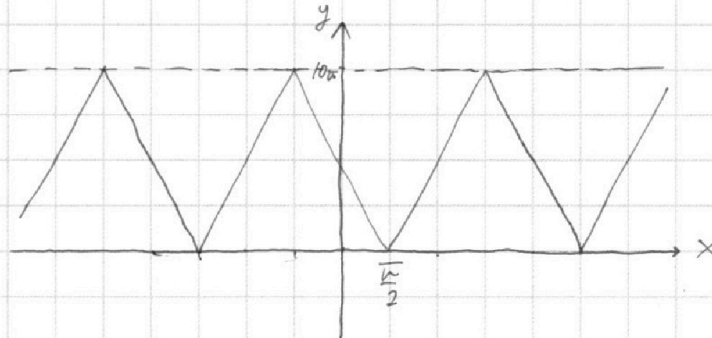
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Рассмотрим графики $y = 10 \arccos(\cos(\sin x))$ и $y = 9\pi - 2x$

$y = 10 \arccos(\cos(\sin x))$, внешне очевидно, имеет график такого вида:



Поняв периодичность на $f(x) = 9\pi - 2x$. Она убывает

$f(-\frac{\pi}{2}) = 10\pi$, а значит при $x \in (-\omega; \frac{\pi}{2})$ решений нет

$f(4,5\pi) = 0$, а значит при $x \in (4,5\pi; +\omega)$ решений нет

Рассмотрим пересечения со всеми фрагментами $10 \arccos(\cos(\sin x))$

между $-\frac{\pi}{2}$ и $\frac{9\pi}{2}$. Каждый фрагмент имеет угловой коэффициент

10 или -10, а значит пересекаться $9\pi - 2x$ с фрагментами может

либо единоразово. Пересечения с фрагментами $[-\frac{\pi}{2}; 0]$ и $[3,5\pi; 4,5\pi]$

мы уже ранее рассмотрели $[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}]$, $[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}]$, $[\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}]$

Первый фрагмент - часть прямой $y = 10x - 5\pi$.

$(y = 10x - 5\pi) \cap (y = 9\pi - 2x) = (\frac{7\pi}{6}; \frac{20\pi}{3})$, это лежит на фрагменте

Второй - часть прямой $y = 25\pi - 10x$ фрагментно
 $(y = 25\pi - 10x) \cap (y = 9\pi - 2x) = (2\pi; 5\pi)$, это лежит на фрагменте

Третий - часть $y = 10x - 25\pi$

$(y = 10x - 25\pi) \cap (y = 9\pi - 2x) = (\frac{17\pi}{6}; \frac{10\pi}{3})$, это лежит на фрагменте

Ответ: $\{-\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{6}; 2\pi; \frac{17\pi}{6}\}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Удобства ради будем считать на происходящее в системе YOX .

Решения $(x^2+y^2-5^2)(x^2+(y+9)^2-2^2)=0$, очевидно, лежат на совокупности окружностей $\omega_1((0;0);5)$ и $\omega_2((-9;0);2)$.

$5x+6ay-b=0$ задаёт прямую $x=-\frac{6a}{5}y+\frac{b}{5}$.

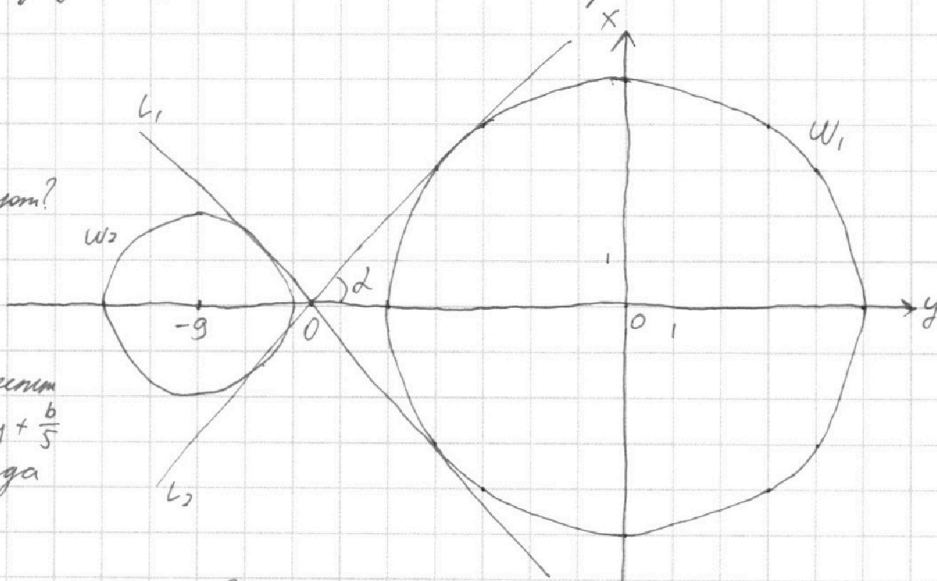
Чтобы система имела 4 решения, прямая должна пересекать ω_1 и ω_2 в двух точках каждая.

Построим пару общих касательных ^{окружностям} к ω_1 и ω_2 .

Касательные назовём l_1 и l_2 .
 $l_1 \perp l_2 = 0$

Что от нас дают?

Поскольку мы свободны менять b , мы можем переместить прямую $x=-\frac{6a}{5}y+\frac{b}{5}$ параллельно куда угодно.



Переместим так, чтобы она проходила через O .

Если $|\frac{6a}{5}|$ больше углового коэффициента l_1 , то решений 4 не будет.

Действительно: сдвинем прямую в одну сторону - никогда не пересечём ω_2 , в обратную сторону - никогда не пересечём ω_1 .

Зная радиусы окружностей и расстояние между центрами, выведем

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

обычно находим $\operatorname{tg} \alpha = \frac{7}{4\sqrt{2}}$.

Определим, когда $|\frac{50}{5}| < \frac{7}{4\sqrt{2}}$ $a \in (-\frac{35}{24\sqrt{2}}; \frac{35}{24\sqrt{2}})$

Ответ: $(-\frac{35}{24\sqrt{2}}; \frac{35}{24\sqrt{2}})$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

МФТИ

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Преобразуем до удобного нам вида данные в условии равенства

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{11} - 5 \Leftrightarrow \log_{11}^4 x - \frac{6}{\log_{11} x} = \frac{-\frac{2}{3}}{\log_{11} x} - 5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_{11}^5 x + 5 \log_{11} x - 5 \frac{1}{3} = 0, \log_{11} x \neq 0 \Leftrightarrow \log_{11}^5 x + 5 \log_{11} x = 5 \frac{1}{3}$$

$$\text{Аналогично } \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{\frac{1}{3}}) - 5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_{11}^5 0,5y + 5 \log_{11} 0,5y + 5 \frac{1}{3} = 0, \log_{11} 0,5y \neq 0 \Leftrightarrow \log_{11}^5 0,5y + 5 \log_{11} 0,5y = -5 \frac{1}{3}$$

Взглянем в свойства $f(z) = z^5 + 5z$:
① она всегда возрастает
② она ~~возрастает~~ не имеет

Тогда $f(z) = 5 \frac{1}{3}$ и $f(z) = -5 \frac{1}{3}$ имеют по ^{одному} корню, причем эти корни противоположны

$$\text{Тогда } \begin{cases} f(\log_{11} x) = 5 \frac{1}{3} \\ f(\log_{11} 0,5y) = -5 \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \log_{11} x + \log_{11} 0,5y = 0 \Rightarrow 0,5xy = 1 \Rightarrow xy = 2$$

Ответ: 2

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Рассмотрим прямые вида $6x + y = t$, $t \in \mathbb{Z}$

Первое, что можно заметить - прямые такого вида параллельны сторонам PQ и QR параллелограмма $PQRO$.

Но если если у прямой такого вида есть ~~любая~~ точки ~~на~~ внутри параллелограмма, то множество таких точек - отрезок, параллельный и равный PO с концами на PQ и RO .

Посмотрим на точки с целыми координатами, таких отрезков: вполне очевидно, они идут с шагом 6 по y ~~шаг~~, а поскольку концы отрезка имеют $y = 0$ и 90 , целых точек на таком отрезке 15 или 6 : 16 если есть по точке на концах и 15 во всех иных случаях. То точки на концах, очевидно, есть, если $t : 6$ для прямой $6x + y = t$, содержащей этот отрезок.

То есть $6x + y = t$ содержит 16 целых точек в $PQRO$, если $t : 6$ и содержит 15 целых точек в $PQRO$ если $t \not: 6$. (Всё верно только для $t \in \mathbb{Z}; t \in [0; 102]$ ибо иначе прямая и $PQRO$ не пересекаются)

Пойми теперь, что все пары $A(x_1, y_1); B(x_2, y_2)$ такие, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$
лежат на \vee ~~какая-то~~ $6x + y = t_1 - 48$ и $6x + y = t_1$, соответственно, где $t_1 \in \mathbb{Z}$
 $t_1 \in [48; 102]$

Посчитаем количество пар точек $(A; B)$, ~~для~~ ~~каждой~~ ~~пары~~ ~~прямых~~ $6x + y = t_1 - 48$ и $6x + y = t_1$, соответственно для каждого ~~значения~~ t_1

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Поскольку $t_1 - 48 \equiv t_1 \pmod{6}$, на первом этаже 15^2 гл $t_1 \pmod{6}$ и 16^2 гл $t_1 \pmod{6}$

Среди допустимых t_1 нас 10 развел $t_1 \pmod{6}$ и 55 $t_1 \pmod{6}$.

Значит ответ: $10 \cdot 16^2 + 55 \cdot 15^2 = 2560 + 12375 = 14935$

Ответ: 14935



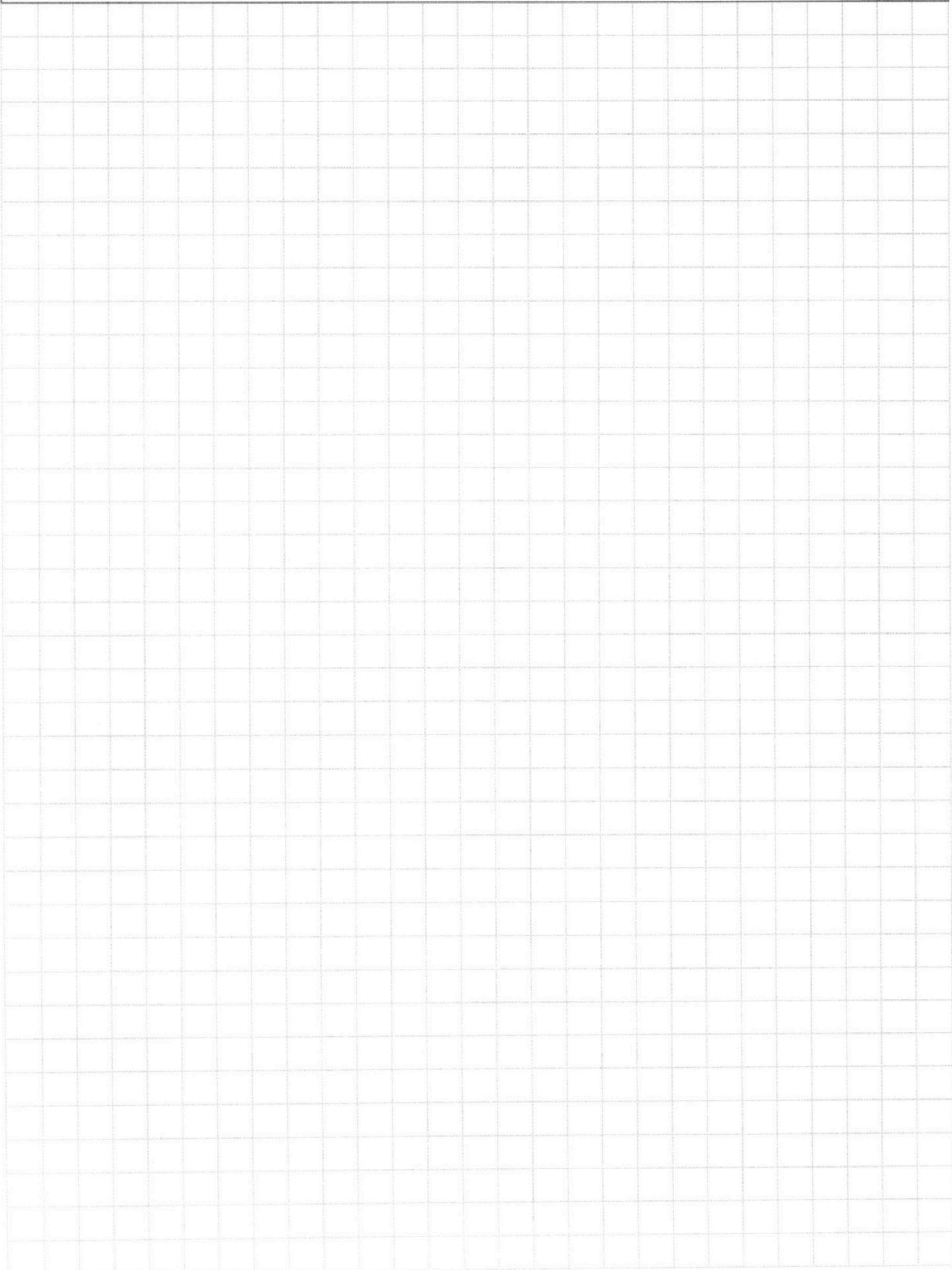
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

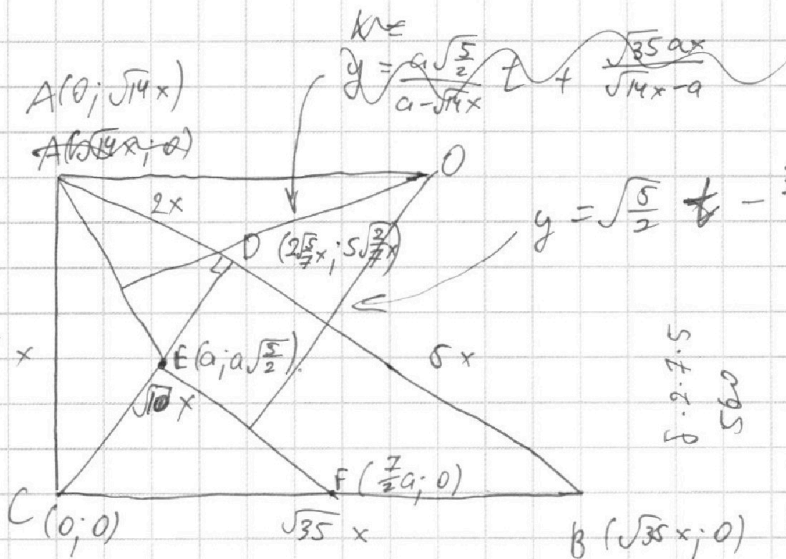


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

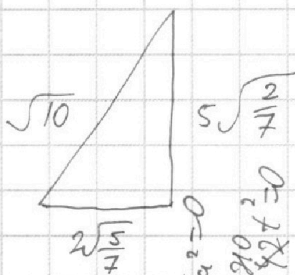


$$2(\sqrt{14}t)(\sqrt{14}t - \sqrt{\frac{5}{2}}a) = 2a(2\sqrt{\frac{7}{2}}t + \frac{7}{4}a) + \frac{3}{2}a^2 - 14t^2$$

$$28t^2 - \sqrt{140}at = 4\sqrt{\frac{7}{2}}at + \frac{7}{2}a^2 + \frac{3}{2}a^2 - 14t^2$$



$$\sqrt{35} \cdot \frac{a}{\sqrt{14}} = a \sqrt{\frac{35 \cdot 7}{20}} = a \sqrt{\frac{5 \cdot 7^2}{5 \cdot 2^2}} = a \frac{7}{2}$$



$$10 - \frac{50}{7} = \frac{20}{7} = t^2(5\sqrt{140} + 4\sqrt{35})^2 - 100 \cdot 210t^2$$

$$\sqrt{10} \cdot \frac{5}{\sqrt{35}} = \frac{5\sqrt{10}}{\sqrt{35}} = \sqrt{\frac{250}{35}} = \sqrt{\frac{50}{7}} = 5\sqrt{\frac{2}{7}}$$

$$y = \sqrt{\frac{5}{2}}x - d$$

$$0 = \sqrt{\frac{5}{2}} \cdot \frac{7a}{2} - d$$

$$d = \frac{7\sqrt{5}a}{4\sqrt{2}}$$

$$42t^2 - \sqrt{140}at - 5a^2 = 0$$

$$25a^2 - a(t(5\sqrt{140} + 4\sqrt{35})) + 42t^2 = 0$$

$$y = kx + b$$

$$0 = k\sqrt{14}x + b$$

$$a\sqrt{\frac{5}{2}} = ka + b$$

$$b = -k\sqrt{14}x = \frac{\sqrt{14}x a \sqrt{\frac{5}{2}}}{\sqrt{14}x - a} = \frac{\sqrt{35}ax}{\sqrt{14}x - a}$$

$$a\sqrt{\frac{5}{2}} = k(a - \sqrt{14}x)$$

$$k = \frac{a\sqrt{\frac{5}{2}}}{a - \sqrt{14}x} \quad b = \frac{\sqrt{35}ax}{\sqrt{14}x - a}$$

$$t^2(25 \cdot 140 + 40 \cdot 70 + 16 \cdot 35 - 100 \cdot 210)$$

$$t^2(3500 + 2800 + 560 - 21000)$$

$$8 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 5 = 560$$

$$35 \cdot 4 \cdot 35 = 4900$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

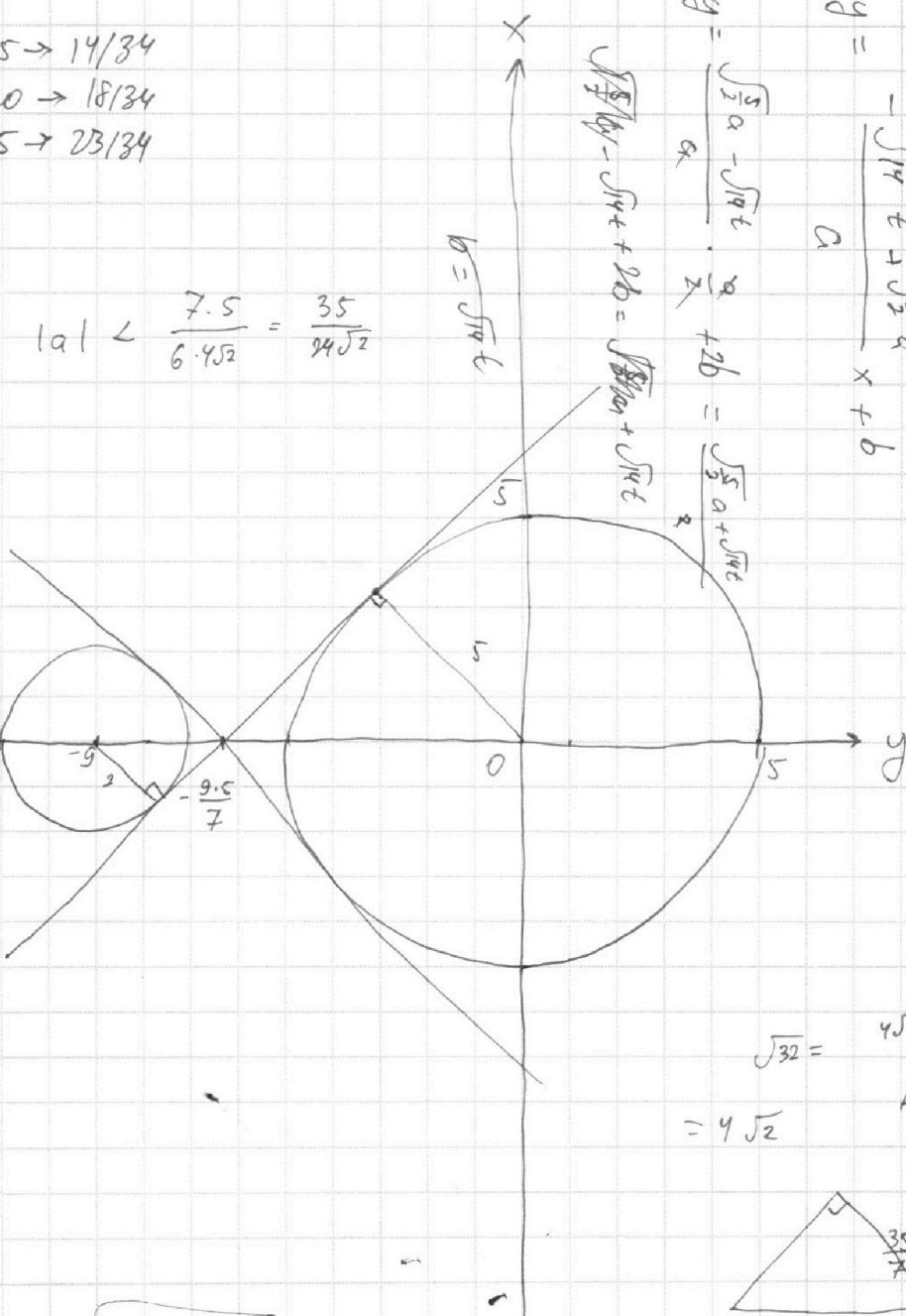
0:45 → 14/34

1:00 → 18/34

1:15 → 23/34

$$|a| \leftarrow \frac{7.5}{6 \cdot 4\sqrt{2}} = \frac{35}{24\sqrt{2}}$$

$$y = \frac{9 \cdot \frac{9}{2}}{\sqrt{14t - \sqrt{5}a} + b} = \frac{\sqrt{5}a + \sqrt{14t}}{2}$$

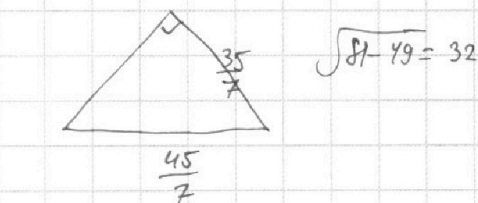
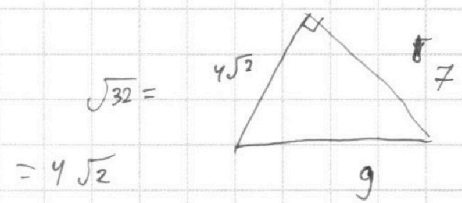


$$y = \frac{\sqrt{5}a - \sqrt{14t}}{2} + 2b = \frac{\sqrt{5}a + \sqrt{14t}}{2}$$

$$y = \frac{-\sqrt{14t} + \sqrt{5}a}{2} x + b$$

$$\frac{9}{2} = \frac{\sqrt{5}a + \sqrt{14t}}{2}$$

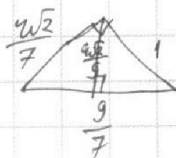
$$\frac{7}{4\sqrt{2}}$$



$$\sqrt{\left(\frac{1}{7}\right)^2 - \left(\frac{1}{9}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{49} - \frac{1}{81}} = \sqrt{\frac{32}{(7 \cdot 9)^2}} = \frac{4\sqrt{2}}{63}$$

$$b = \frac{\frac{5}{2}a^2 - (14t^2 - a^2)}{2\sqrt{14t - \sqrt{5}a}}$$

$$\frac{4\sqrt{2}}{7} \cdot \frac{1}{9} = \frac{4\sqrt{2}}{63}$$



$$\frac{81}{49} - 1 = \frac{81 - 49}{49} = \frac{32}{49} = \frac{4}{7} \sqrt{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



0A

$$\sqrt{14}x = \frac{a\sqrt{5}}{a-\sqrt{14}x}t + \frac{\sqrt{35}ax}{\sqrt{14}x-9}$$

$$xa\sqrt{14} - 14x^2 = at\sqrt{5} - \sqrt{35}ax$$

$$b\frac{5}{9a} - \frac{5}{9} = \frac{5}{b-9a} = x$$

$$t(3t+5) = 16$$

$$6t^5 + 25t -$$

$$3t^5 + 15t - 16 = 0$$

$$t = \log_{11} x$$

$$3t^5 + 15t + 16 = 0$$

$$t = \log_{11} 5y$$

$$\log_{11} x = -\log_{11} 5y$$

$$\log_{11} 0,5xy = 0$$

$$xy = 2$$

$$f(k) = 3k^5 + 15k$$

$$f'(k) = 15k^4 + 15 = (k^4 + 1)5$$

$$\log_{11} x - \frac{6}{\log_{11} x} = \frac{2}{3} - 5$$

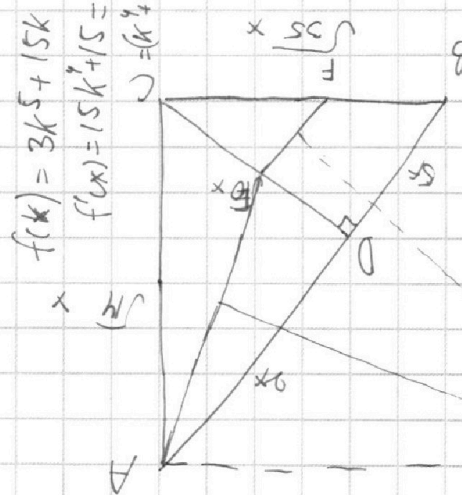
$$t^5 - 6 = \frac{2}{3} - 5t$$

$$t^5 + 5t - 5\frac{1}{3} = 0$$

$$(\log_{11} x^3)^2 = -2 \log_{11} x$$

$$= -\frac{2}{3} \log_{11} x$$

$$= -\frac{2}{3} \log_{11} x$$



$$\log_{11} \frac{1}{4} = \frac{\log_{11} 1}{4} = -\frac{1}{4}$$

$$\log_{11} \frac{13}{3} = \frac{\log_{11} 13}{3} - \frac{\log_{11} 3}{3}$$

$$0 = 9 + \log_{11} 5 + 16 = 0$$

$$3 \log_{11} 5 + \log_{11} 3$$

$$0 = (x^2 + y^2 - 2xy + 9)(x^2 - 2xy + y^2) = 0$$

$$0 = (x+y-3)^2 (x-y)^2 = 0$$



$$\frac{13}{3}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



[48; 102]
6-8 6-12 17

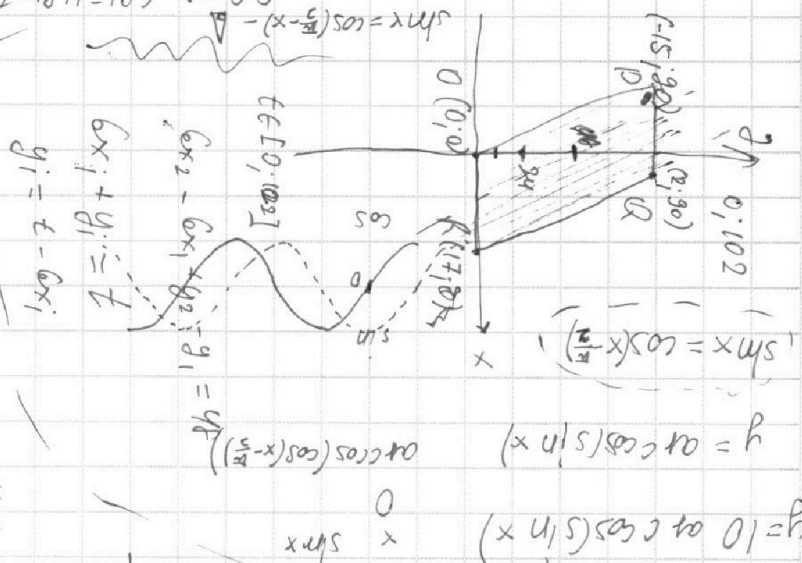
17-8+1=10 102-48+1=103-48=55

$ab: 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11}$

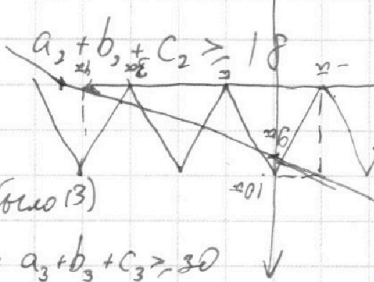
$bc: 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13}$

$ac: 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$

$a^2 b^3 c^2: 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{52}$



$\begin{cases} a_2 + b_2 \geq 6 \\ b_2 + c_2 \geq 14 \\ a_2 + c_2 \geq 16 \end{cases}$



$\begin{cases} a_3 + b_3 \geq 19 \text{ (общее 13)} \\ b_3 + c_3 \geq 21 \\ a_3 + c_3 \geq 25 \end{cases}$

$\begin{cases} a_5 + b_5 \geq 11 \\ b_5 + c_5 \geq 13 \\ a_5 + c_5 \geq 28 \end{cases} \Rightarrow a_5 + b_5 + c_5 \geq 28$

$a = 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{14}$

$b = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^0$

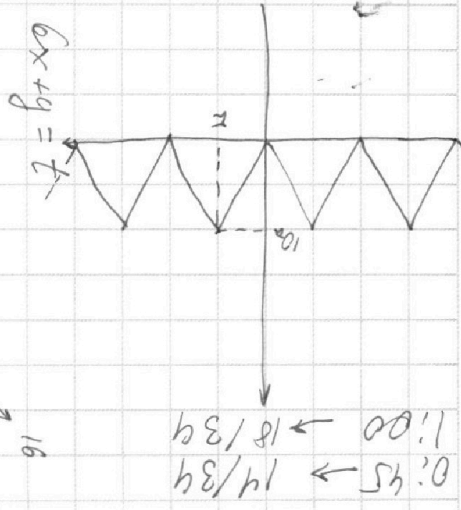
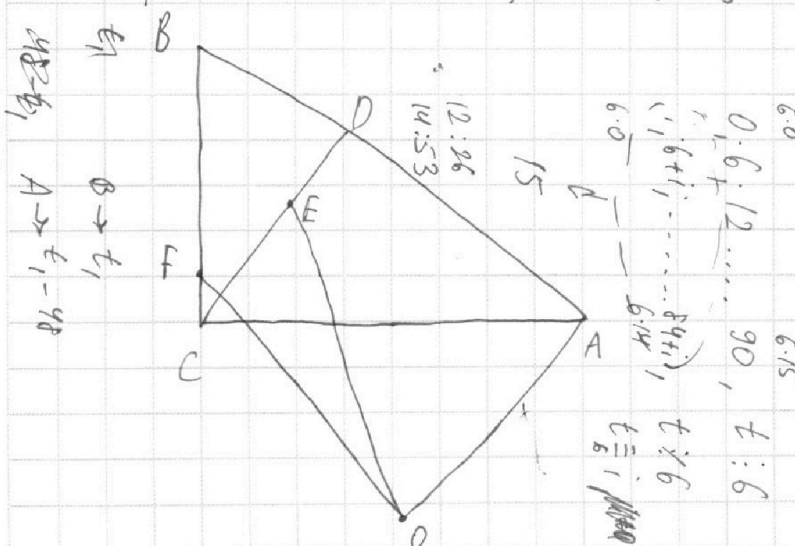
$c = 2^{12} \cdot 3^{16} \cdot 5^{14}$

48=t

$t_1 - 48 \in [0; 102]$ 46
59

$t_1 \in [48; 102]$ 60

$\min(abc) = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{14}x = \frac{a\sqrt{\frac{5}{2}}t}{a - \sqrt{14}x} + \frac{\sqrt{35}ax}{\sqrt{14}x - a}$$

$$\sqrt{14}ax = \sqrt{\frac{5}{2}}at - \sqrt{35}ax - 14x^2$$

$$ax(\sqrt{14} + \sqrt{35}) - 14x^2 = \sqrt{\frac{5}{2}}at$$

$$\sqrt{7}ax(\sqrt{2} + \sqrt{5}) - 14x^2 = \sqrt{\frac{5}{2}}at$$

$$t = \frac{\sqrt{7}ax(\sqrt{2} + \sqrt{5}) - 14x^2}{\sqrt{\frac{5}{2}}a} = \frac{\sqrt{\frac{14}{5}}x(\sqrt{2} + \sqrt{5}) - 14\sqrt{\frac{2}{5}}\frac{x^2}{a}}{\sqrt{\frac{5}{2}}a}$$

$$t = 2\sqrt{\frac{7}{5}}x + \frac{7}{4}a$$

$$2\sqrt{\frac{7}{5}}x + \frac{7}{4}a =$$

$$\sqrt{14}x = \sqrt{\frac{5}{2}}t - \frac{7\sqrt{5}a}{4\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{14}x \cdot \sqrt{\frac{2}{5}} = t - \frac{7}{4}a$$

$$\sqrt{\frac{28}{5}}x + \frac{7}{4}a = t$$

$$2\sqrt{\frac{7}{5}}x + \frac{7}{4}a = t$$

$$16^2 = 256$$

$$25600 +$$

$$\begin{array}{r} 1125 \\ \times 225 \\ \hline 2250 \\ 22500 \\ 112500 \\ \hline 251250 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11250 \\ + 2375 \\ \hline 14935 \\ + 450 \\ \hline 200 \\ + 1125 \\ \hline 11250 \end{array}$$

$$96:91$$

$$95:41$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$25a - 10x = 9a - 2x$$

$$16a = 8x$$

$$x = 2a$$

$$10x - 25a = 9a - 2x$$

$$12x = 34a$$

$$x = \frac{17a}{6}$$

$$9a - \frac{17a}{3}$$

$$\frac{27a}{3} - \frac{17a}{3} = \frac{10a}{3}$$

3

$$0 = (25a - 10x) +$$

$g =$

$$10x - 5a = 9x - 2a$$

$$x = 3a$$

$$10x - 5a = 9x - 2x$$

$$12x = 14a$$

$$x = \frac{7a}{6} = 1,16a$$

$$\frac{70}{6} - 5 = \frac{70 - 30}{6} = \frac{40}{6} = \frac{20}{3}$$

