



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-12;24)$ ,  $Q(3;24)$  и  $R(15;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab : 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ac : 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$abc : 7^{37}, \quad abc : 2^{20}$$

т.к.  
 $ac : 7^{37}$

т.к.  
 $ac : 2^{20}$

Также заметим что  $ab \cdot bc \cdot ac : 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot 2^{17} \cdot 7^{17} \cdot 2^{20} \cdot 7^{37}$

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{51} \cdot 7^{69} \quad (abc)^2 : 2^{51} \cdot 7^{69} \Rightarrow$$

$$abc : 2^{25} \cdot 7^{32} \quad \text{т.к. } a, b \text{ и } c \text{ натуральные } \Rightarrow$$

не может быть натуральной степени двойки т.к.  $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \Rightarrow$

$$a^4 b^7 c : 2^{26} \quad \text{также } \Rightarrow$$

значения  $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$

если дугет  $2^{\frac{1}{2}}$  то она будет  
вразрешении в отношении  $a, b, c$   
и тогда  
она дугет  
иррациональным

Пример:

$$b = 2^6 \quad a = 2^8 \cdot 7^{20} \quad c = 2^{12} \cdot 7^{17}$$

$$ab = 2^{14} \cdot 7^{20} \quad bc = 7^{17} \cdot 2^{18} \quad ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$$

Ответ:  $2^{26} \cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: 8

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{a+b}{(a^2+2ab+b^2)-8ab} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$$

т.к.  $\frac{a}{b}$  несократима  $\Rightarrow a$  и  $b$  взаимнопросты  
(т.к. в правильной дробе числитель и знаменатель сокращают на НОД(a,b))

возьмем  $m$  на которое мы можем сократить эту дробь тогда

$$(a+b) : m \Rightarrow (a+b)^2 : m \text{ раз } (a+b)^2 - 8ab : m \Rightarrow$$

и  $8ab : m$  тогда заметим что  $a+b : m$  НОД

$(a, b) = 1$  т.к. они взаимно просты  $\Rightarrow m | a, b | m$

т.к. если хотя бы одно из них кратно 80 и второе

тоже (т.к. их сумма кратна)  $\Rightarrow 8ab : m$   $\left. \begin{matrix} a : m \\ b : m \end{matrix} \right\} \Rightarrow$

$$8 : m \Rightarrow$$

максимальное значение  $m = 8$

Пример:

$a=3$   $b=5$   $\frac{3}{5} = \frac{a}{b}$  - несократима.

$$\frac{3+5}{9-6 \cdot 3 \cdot 5 + 25} = \frac{8}{34-90} = \frac{8}{-56} = -\frac{1}{7}$$

Ответ: 8

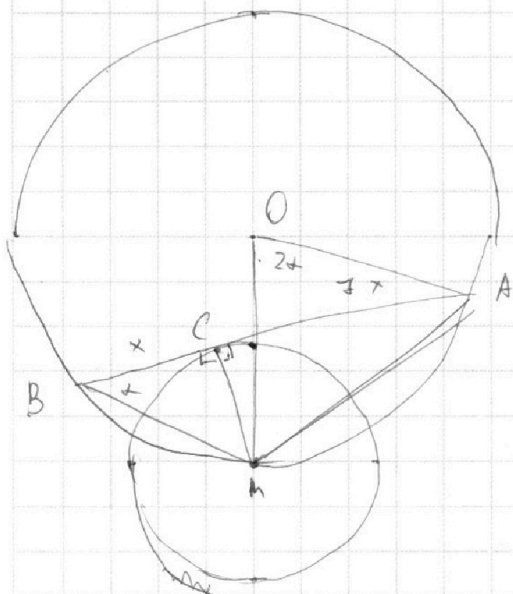
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



O - центр шара  $\Omega$

M - центр  $\omega$

$BC = x$

$AC = 7x$

① Проведем MA и BM ②  $MA^2 = CA^2 + CM^2$  (теорема Пифагора)

$MA^2 = 49x^2 + 1$

$\triangle CAM$   
 $\angle C = 90^\circ$  к BA  
 касательная  
 M центр

③  $\triangle MOA$  по теор касицесв.

$MA^2 = MO^2 + AO^2 - 2 \cos 2\alpha \cdot AO \cdot MO$  ( $AO = MO = 5$ )

$49x^2 + 1 = 25 + 25 - 2 \cos 2\alpha \cdot 25$

$49x^2 + 1 = 50 - 2 \cos 2\alpha \cdot 25$

④  $\cos 2\alpha = \frac{1}{2} \cdot 2 \cos^2 \alpha - 1$

~~$\cos \alpha$~~

⑤ по теор касицесв  $\triangle BAM$ .

$MA^2 = BM^2 + AB^2 - 2AB \cdot BM \cos \alpha$

⑥  $BM^2 = CB^2 + CM^2$  (по теор Пифагора)

⑦  $\angle ABM = \frac{1}{2} \angle MOA$  (т.к.  $\angle MOA$  центральн.)

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$BM^2 = 1 + x^2$$

$$49x^2 + 1 = 1 + x^2 + 49x^2 - 2 \cdot 8x \sqrt{1+x^2} \cdot \cos \alpha$$

$$49x^2 + 1 = 50 - 50(2 \cos^2 \alpha - 1)$$

$$\frac{49x^2 + 1 - 50}{50}$$

$$2 \cos^2 \alpha - 1 = \frac{49 - 49x^2}{50}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{99 - 49x^2}{100}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{99 - 49x^2}}{100}$$

$$49x^2 + 1 = 1 + x^2 + 8x^2 - 16x \sqrt{1+x^2} \frac{\sqrt{99-49x^2}}{100}$$

$$14x^2 - 16x \sqrt{1+x^2} \frac{\sqrt{99-49x^2}}{100} = 0$$

$$14x = 16 \sqrt{1+x^2} \frac{\sqrt{99-49x^2}}{100}$$

$$196x^2 = 256(1+x^2) \frac{99-49x^2}{100}$$

$$49x^2 = 64(1+x^2) \frac{99-49x^2}{100}$$

$$\frac{99 + 99x^2 - 49x^2 - 49x^4}{100} \cdot 64 = 49x^2$$

$$\left( \frac{1}{2}x^2 + \frac{99}{100} - \frac{49}{100}x^4 \right) 64 = 49x^2$$

$$\left( 50x^2 + 99 - 49x^4 \right) 64 = 4900x^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3200x^2 + 9364 - 49x^4 = 7800x^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~$4x^2 - 22x - 3 = 0$~~

~~$D = 22^2 + 4 \cdot 3 \cdot 4$~~

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1 + 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$4x^2 - 3x + 4 + 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

Рассмотрим минимум  $4x^2 - 3x + 4$  (парабола ветвями  
вверх т.к.  $a > 0$ )

минимум в вершине  $x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{3}{8}$

подставляем  $4\left(\frac{3}{8}\right)^2 - 3\frac{3}{8} + 4 = \frac{12}{64} - \frac{9}{8} + 4 = 2 + \frac{12}{64} - \frac{72}{64} = 2 - \frac{60}{64} = 2 - \frac{15}{16} > 1$

$$2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \geq 0 \text{ так } \Rightarrow$$

$$4x^2 - 3x + 4 + 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \geq 2 + \frac{12}{64} - \frac{72}{64} \Rightarrow$$

$$\neq 1. \quad x \in \emptyset \Rightarrow \text{находятся только } a = b$$

$$x = \frac{2}{7}$$

ответ:  $\frac{2}{7}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

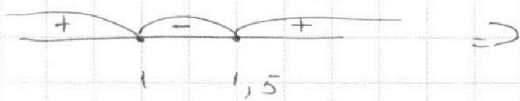
$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

Заметим что  $2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \Rightarrow$

$$(2x^2 - 2x) - (3x - 3) = 2x(x-1) - 3(x-1) = (2x-3)(x-1)$$

$$(2x-3)(x-1) \geq 0 \quad \text{метод интервалов:}$$

нули функции  $x_1 = 1,5 \quad x_2 = 1.$



$$\begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 1,5 \end{cases}$$

$$2x^2 + 2x + 1 \quad D < 0 \Rightarrow 2x^2 + 2x + 1 > 0$$

Также заметим что  $2 - 7x = (2x^2 - 5x + 3) - (2x^2 + 2x + 1) \Leftrightarrow$

$$\text{Тогда пусть } \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = a \quad \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = b.$$

$$a^2 - b^2 = 2 - 7x = a - b.$$

$$(a^2 - b^2) = (a - b)(a + b) = a - b.$$

$$(a - b)(a + b - 1) = 0.$$

либо  $a - b = 0$     либо  $a + b - 1 = 0.$

Обратная замена.

1)  $a = b$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1.$$

$$2 - 7x = 0$$

$$x = \frac{2}{7}$$

2)  $a + b - 1 = 0.$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1.$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - 1 = -\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$2x^2 - 5x + 3 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} + 1 = 1$$

$$2x^2 - 5x + 3 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 0$$

$$-7x + 1 = -2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$7x - 1 = 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$49x^2 + 1 - 14x = 8x^2 + 8x + 4$$



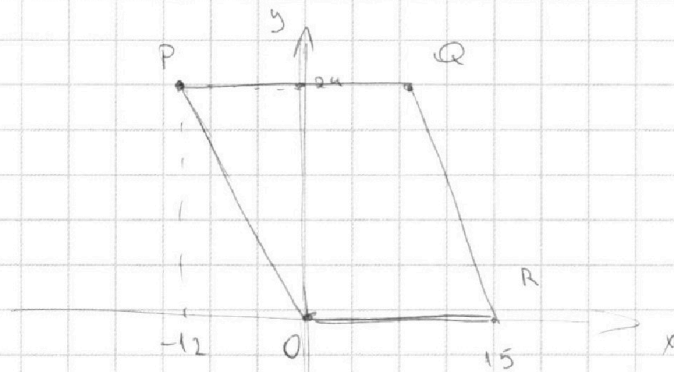
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$$2\Delta x + \Delta y = 12 \Rightarrow \text{все эти точки не могут находиться в.т.т.}$$

$$\Delta y = 12 - 2\Delta x$$

настроим на графике пару точек. Если  $x_1 > x_2$ ,  $y_1 > y_2$

$(x_1, y_1)$

$(x_2, y_2)$

$(x_2, y_2)$

$(x_2, y_2)$

$(x_2, y_2)$

$(x_2, y_2)$

$(x_2, y_2)$

$(x_2, y_2)$

$(x_2, y_2)$

$(x_2, y_2)$

$(x_2, y_2)$

$(x_2, y_2)$

$(x_2, y_2)$

$(x_2, y_2)$

$(x_2, y_2)$

$(x_2, y_2)$

$(x_2, y_2)$

$(x_2, y_2)$

$(x_2, y_2)$

$(x_2, y_2)$

$(x_2, y_2)$

$(x_2, y_2)$

$(x_2, y_2)$

$(x_2, y_2)$

$(x_2, y_2)$

$(x_2, y_2)$

$(x_2, y_2)$

$(x_2, y_2)$

$(x_2, y_2)$

$(x_2, y_2)$

$(x_2, y_2)$

тогда расстояние между точками по пер-му признаку  $< 12 \Rightarrow \leq 11$

Заметим что параллельными отрезками

правильными  $PO = \frac{1}{2}(-2x)$   $x \in [0; 24]$

$$PQ: y = 24 \quad QR: y = 15 - 2x \quad OR: y = 0$$

$$PO: y = -2x \quad x \in [0; -12]$$

$$PQ: y = 24 \quad x \in [0; 3] \quad x \in [0; 3]$$

$$QR: y = 15 - 2x \quad x \in [3; 15]$$

$$OR: y = 0 \quad x \in [0; 15]$$

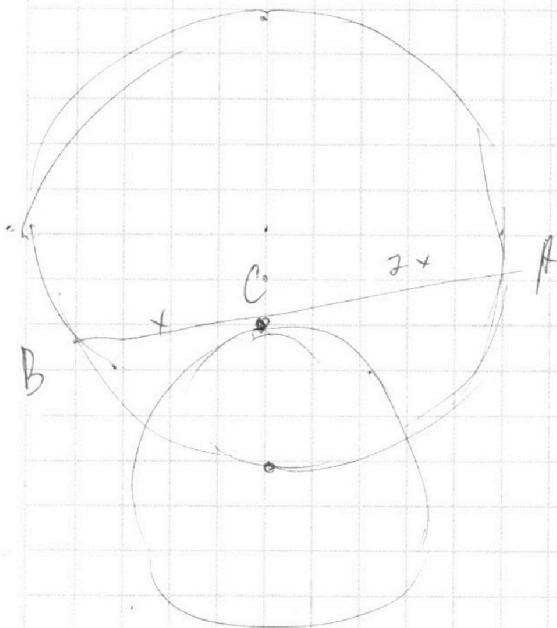
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



14

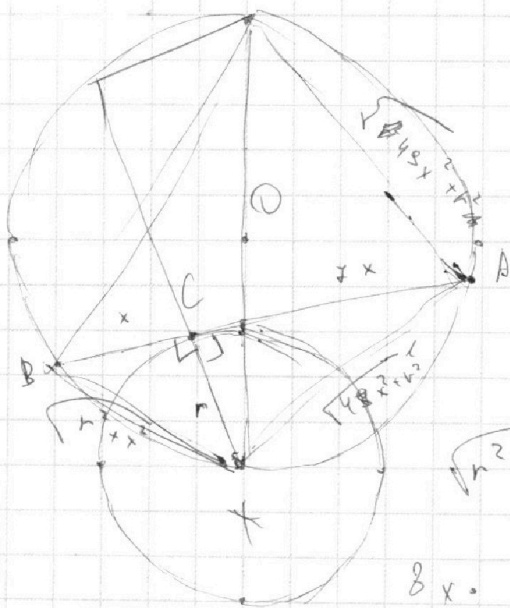
$$\begin{array}{r} 16 \cdot \\ \times 16 \cdot \\ \hline 256 \cdot \\ \phantom{256 \cdot} 2 \\ \hline (r+l) \end{array} \quad 8$$

$$7x^2 =$$

$$49x^2 = (l+r)(l+2r)$$

$$(l+r)^2 = r^2 + 49x^2$$

$$49x^2 = l^2 + 2lr + r^2 - r^2 - 49x^2$$



$$4R^2 - 49x^2 =$$

$$(l+r)^2 = 49x^2 + 1$$

$$l = \frac{2x^2}{l+r}$$

8x2

$$400 \times R = \sqrt{1+x^2} \sqrt{49x^2+1} + \sqrt{49x^2+1} \sqrt{88-x^2}$$

$$8x \cdot 2R = \sqrt{r^2+x^2} \sqrt{4R^2-49x^2-r^2}$$

$$+ \sqrt{49x^2+r^2} \sqrt{4R^2-r^2-x^2}$$

$$r \cdot l =$$

$$\sqrt{(4R^2-m)k} + \sqrt{\dots}$$

$$\sqrt{1+x^2} \sqrt{88-49x^2} + \sqrt{49x^2+1}$$

$$(1+x^2)(88-49x^2) + (49x^2+1)(88-x^2) + 2$$

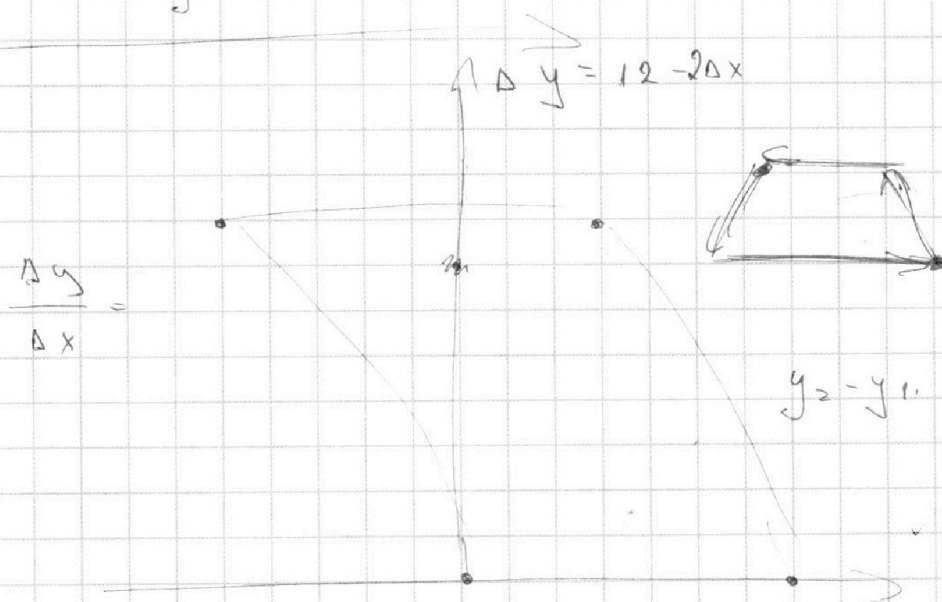
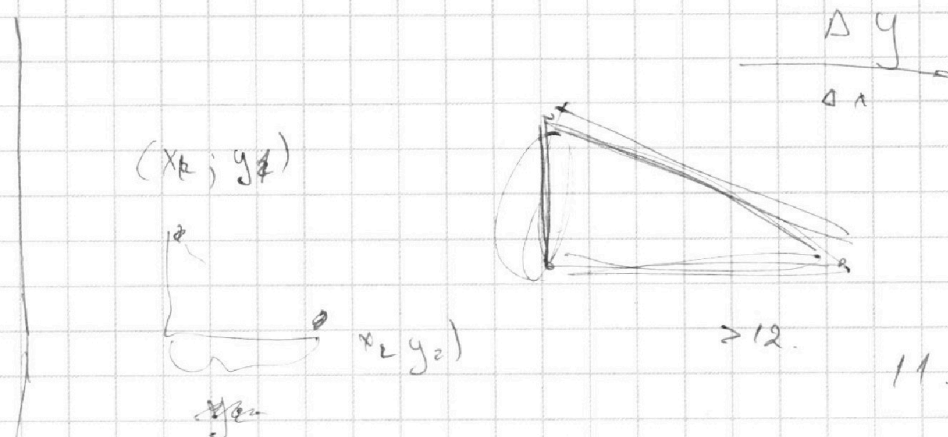
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

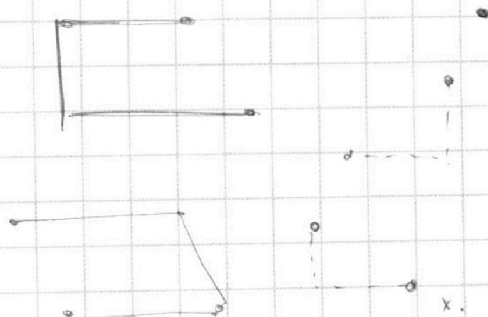
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Параллелограмм, параллелограмм

$$2x + y = 12$$

$$2x \quad y = 12 - 2x$$



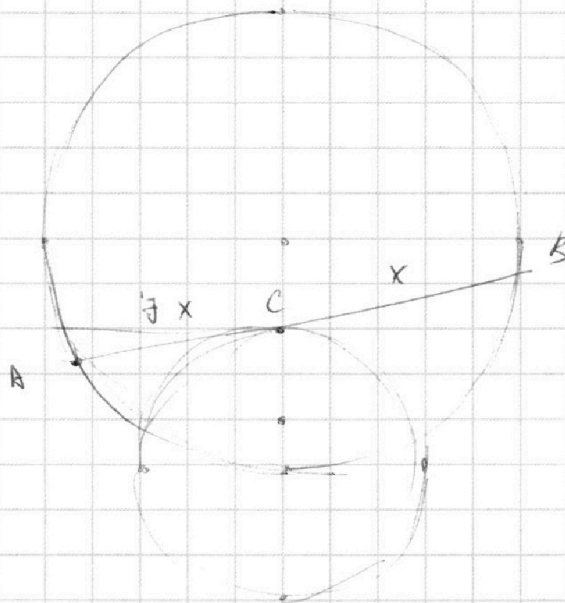
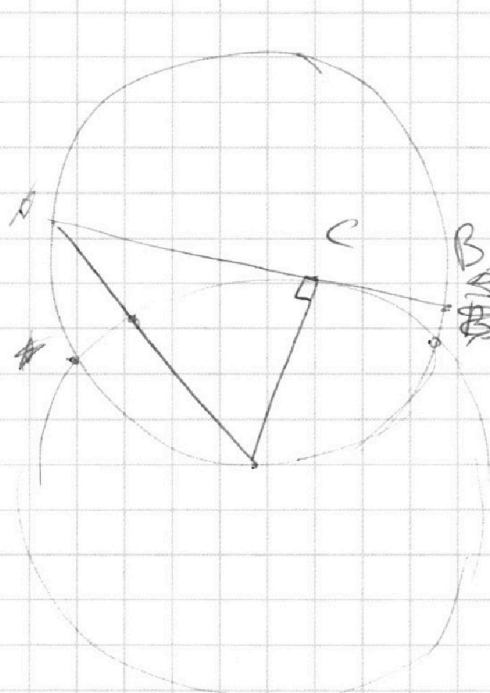
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

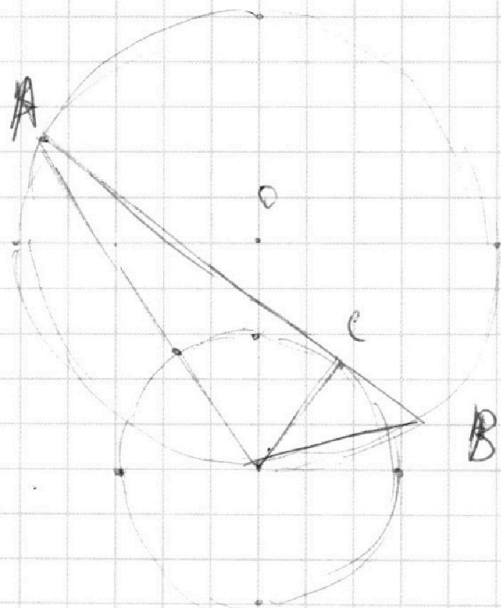
1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



69.



2+

$$AC \cdot CB = (CO + 5)(5 - CO)$$

$$88 + 88x^2 - 48x^2 - 48x^2 + 88 - 48x^2 + 88 -$$

$$48x^2 - x^2$$

$$+ 50 \cdot 88x^2 - 50x^2$$

$$198 + 50 \cdot 88x^2 = 88x^4$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab : 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ac : 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$(abc)^2 : 2^{14+17+20} \cdot 7^{17+37+10}$$

$$a \cdot b \cdot c = 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$\sqrt{(2x-3)(x-1)} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ + 17 \\ \hline 51 \\ - 7x \\ \hline 6 \end{array}$$

$$51 : 2 = 26$$

$$a \cdot c \cdot b^2 = 2^{19+17}$$

$$\sqrt{2x^2+2x+1}$$

$$D = 4 - 8 < 0$$

$$D = 25 - 24$$

$$\frac{1+5}{4} = 1,5$$

$$\frac{5-1}{4} = 1$$

$$2(x$$

$$2x(x-1) - 3(x-1)$$

$$(2x-3)(x-1)$$

$$\frac{31}{20}$$

$$b = 2^6$$

$$a = 7^{20} = 2^8$$

$$c = 2^{17} = 2^{12}$$

$$c = 2^{12}$$

$$\begin{array}{r} + 12 \\ + 8 \\ + 6 \\ \hline 26 \end{array}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

$$a^2-6ab+b^2$$

$$a+b$$

$$(a+b)^2 - 8ab$$

$a$  и  $b$  взаимно  
просты.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$(x-1)(2x-3) = 2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1 + (2-7x)^2$$

О.Д.З

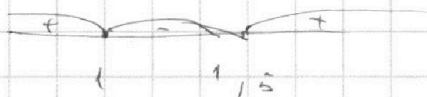
$(x-1)(2x-3) \geq 0$   
нуль функции

$x_1 = 1 \quad x_2 = 1,5$

~~$x-1$~~

~~$2x^2 - 5x + 3$~~

~~$-2x^2 - 2x - 1$~~



~~$-7x + 2$~~

$x \leq 1$   
 $x \geq 1,5$

$$2\sqrt{(x-1)(2x-3)} \sqrt{2x^2+2x+1}$$

2,5+

$x = 1$

$5, 5+3+1=9, 5, x=1,5$

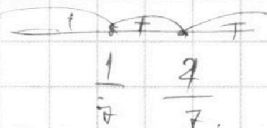
$(a^2 - b^2) = (a-b)(a+b)$

проверка.

$2 - 5 + 3$

$x = \frac{1}{7} \quad x = \frac{2}{7}$

$0 - \sqrt{5} =$



$-7x + 2 - 2\sqrt{(x-1)(2x-3)} \sqrt{2x^2+2x+1} = (2-7x)^2$

$2\sqrt{(x-1)(2x-3)} \sqrt{2x^2+2x+1} =$

$7x - (2-7x) - (2-7x)^2$

$(2-7x)(7x-1) \geq 0$

$(2-7x)($

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$$

$$1) \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 - 1 \geq 0 \\ x^2 + y^2 - 4 \leq 0 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 + 16x + 63 \geq 0$$

$$x^2 + y^2 \leq 4$$

$$x^2 + y^2 \geq -16x - 63$$

$$\frac{1}{4} \cdot 2 + \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{r} 876 \phantom{0} \\ 488 \phantom{0} \\ 244 \phantom{0} \\ 122 \phantom{0} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 876 \phantom{0} \\ 488 \phantom{0} \\ 244 \phantom{0} \\ 122 \phantom{0} \\ 61 \phantom{0} \\ \hline \end{array}$$

$$876 \phantom{0}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 22 \\ \hline \end{array}$$

$$4 \cdot 61 = 484$$

$$\begin{array}{r} 484 \\ + 492 \\ \hline 976 \end{array}$$

$$= 4\sqrt{61} + 77$$

$$2 \cdot 41$$

$$48 \cdot 3 \cdot 4 =$$

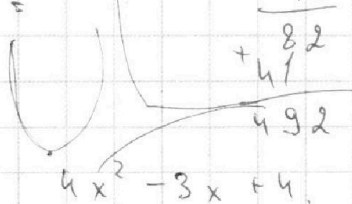
$$876 \phantom{0}$$

$$4 \sqrt{61} + 22$$

$$16 + 11$$

$$\begin{array}{r} 41 \\ \times 12 \\ \hline 82 \\ + 41 \\ \hline 492 \end{array}$$

$$7 < \sqrt{61} < 8$$



$$4x^2 - 3x + 4$$

$$\frac{-3}{-8} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{8}{49} - \frac{10}{7} + 3 =$$

~~2007~~

$$\frac{21-10}{7}$$

$$\left(\frac{3}{8}\right)^2 \cdot 4 = \frac{9}{4} \cdot 4 = 9$$

$$25 + 9 - 6 \cdot 15$$

$$\frac{77-8}{49}$$

$$34 - 20 = 14$$

$$\frac{69}{49}$$

$$\frac{30}{-34} = -\frac{30}{34}$$

$$\frac{8}{56}$$

$$-50$$

$$\frac{28}{49} + \frac{6}{7} + \frac{7}{7}$$

$$\frac{11}{7}$$