МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10

$ac = 2^{23} \cdot 7^{39}$

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь
$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$
При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω, хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB, если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение
$$\sqrt{3x^2-6x+2}-\sqrt{3x^2+3x+1}=1-9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2-2x_1+y_2-y_1=14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система
$$\begin{cases} ax+y-8b=0, \\ (x^2+y^2-1)\left(x^2+(y-12)^2-16\right) \leqslant 0 \end{cases}$$
имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B. Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответсвенно равны 5 и 2,5.

№1

$ab \vdots 2^{15}7^{11} \Rightarrow ab = k \cdot 2^{15}7^{11} \quad k \in \mathbb{N}$ ①

$bc \vdots 2^{17}7^{18} \Rightarrow bc = n \cdot 2^{17}7^{18}, \; n \in \mathbb{N}$ ②

$ac \vdots 2^{23}7^{39} \Rightarrow ac = m \cdot 2^{23}7^{39}, \; m \in \mathbb{N}$ ③

перемножим рав-ва ①, ②, ③:

$ab \cdot bc \cdot ac = m \cdot n \cdot k \cdot 2^{15+17+23} \cdot 7^{11+18+39}$

$a^2b^2c^2 = mnk \cdot 2^{55}7^{68}$

$(abc)^2 = mnk\, 2^{55}7^{68}$

$abc = \sqrt{mnk\,2^{55}7^{68}} = 7^{34} \cdot 2^{27} \cdot \sqrt{m \cdot n \cdot k \cdot 2}$ ①

- $a, b, c \in \mathbb{N}$ – по усл $\Rightarrow abc \in \mathbb{N}$, $7^{34} \cdot 2^{27} \in \mathbb{N}$ $\Rightarrow \sqrt{2mnk} \in \mathbb{N}$
- причем, т.к. мы ищем abc_{min}, $(mnk)_{min}$ $\Rightarrow$

- также, если на некоторую степень двойки или семерки $\vdots$ множитель abc (т.е. ab, bc или ac), то и abc обязано на неё делиться $\Rightarrow abc \vdots$ на max ст. двойки и $7^{ки}$, встреч. в ab, ac, bc т.е. $abc \vdots 2^{23}$, $abc \vdots 7^{39}$
- итого нам нужно сделать так, чтобы $2mnk$ было пол-ным квадратом (из ①), делилось на $\left(\frac{7^{39}}{7^{34}}\right)^2 = (7^5)^2 = 7^{10}$

(т.к. на 2^{23} abc уже $\vdots$, т.к. $\vdots$ на 2^{27}, а вот чтобы оно $\vdots$ на 7^{39}, $\sqrt{2mnk}$ должен $\vdots$ на 7^5 ($abc \vdots$ на 7^{34} из ①) $\Rightarrow$
$\Rightarrow 2mnk$ должно $\vdots$ на 7^{10}) и было минимальным ($\Rightarrow$ другие доп. множители, кроме $2^{ек}$ и $7^{ок}$ нам не нужны, а $2^{ки}$ и $7^{ки}$ в min кол-ве)

т.е. $\left.\begin{array}{l} 2mnk = x^2 \\ 2mnk \vdots 7^{10} \\ (2mnk)_{min} \end{array}\right\} \Rightarrow 2mnk = 7^{10} \cdot 2^2$

$mnk = 2 \cdot 7^{10} \Rightarrow \sqrt{2mnk} = 7^5 \cdot 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow abc_{min} = 7^{34} \cdot 2^{27} \cdot \sqrt{2mnk} = 7^{34} \cdot 2^{27} \cdot 2 \cdot 7^5 = 2^{28} \cdot 7^{39}$

пример a, b и c, при кот. вып. все усл$^{\text{з-чи}}$ и достиг. abc_{min}: $a = 2^{10}7^{21}$ $\quad b = 2^5$ $\quad c = 2^{13}7^{18}$ (тогда $abc = 2^{28}7^{39}$, $ab = 2^{15}7^{21} \vdots 2^{15}7^{11}$, $bc = 2^{18}7^{18} \vdots 2^{17}7^{18}$, $ac = 2^{23}7^{39} \vdots 2^{23}7^{39}$)

ответ: $abc_{min} = 2^{28}7^{39}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№ 2

$\frac{a}{b}$ несокр $\Rightarrow$ a и b взаимнопросты (I)

$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$ можно сократить на m $\Rightarrow$ и числ, и знам данной дроби $\vdots\, m$

$$\begin{cases}(a+b) \vdots m\\ (a^2-7ab+b^2) \vdots m\end{cases}$$

$a^2-7ab+b^2 = a^2+b^2+2ab-9ab = (a+b)^2-9ab$

$(a+b)^2 \vdots (a+b) \vdots m$

$(a^2-7ab+b^2) \vdots m$

$\Rightarrow 9ab \vdots m$

$\Rightarrow$

поскольку a и b взаимнопросты (I) $\Rightarrow$ у них нет общ. простых множ. $\Rightarrow$ $a+b$ не делится ни на один из пр. мн, встреч в a и b $\Rightarrow$ $a+b$ взаимнопросто с a и с b ~~[illegible]~~

$\Downarrow$

$a+b$ взаимнопросто с ab, но имеет общий делитель с $9ab$

значит, этот общий делитель - делитель числа 9 т.е. максимум 9

Ответ: $m_{MAX} = 9$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4 (начало реш-я)

$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1} = 1-9x$

заметим, что $3x^2-6x+2-(3x^2+3x+1) = \cancel{3x^2}-6x+2-$
$-\cancel{3x^2}-3x-1 = 1-9x$ ①

замена: $\sqrt{3x^2-6x+2} = a \geq 0$
$\sqrt{3x^2+3x+1} = b \geq 0$

тогда, из ①, $a^2-b^2 = 1-9x = a-b$ - из исх ур-я

$a-b = a^2-b^2$
$a-b = (a-b)(a+b)$

$\left[\begin{array}{l} a-b=0 \quad ② \\ a+b=1 \quad ③ \end{array}\right.$

②: $a-b=0$
$a=b$
$\sqrt{3x^2-6x+2} = \sqrt{3x^2+3x+1}$
$3x^2-6x+2 = 3x^2+3x+1$
$-9x=-1$
$x=\frac{1}{9}$

проверим, выполняется ли при $x=\frac{1}{9}$ усл-е того, что подкорен-ные выражения ≥ 0: $3x^2+3x+1\geq 0$
$3(\frac{1}{9})^2+3\cdot\frac{1}{9}+1\geq 0$ - верно

$3(\frac{1}{9})^2-6\cdot\frac{1}{9}+2\geq 0$
$3(\frac{1}{9})^2-\frac{6}{9}+2\geq 0$
$3(\frac{1}{9})^2-\frac{2}{3}+2\geq 0$
$3\cdot(\frac{1}{9})^2+1\frac{1}{3}\geq 0$ - верно

значит, $x=\frac{1}{9}$ - корень

③: $a+b=1 \Rightarrow a=1-b$
$\sqrt{3x^2-6x+2} = 1-\sqrt{3x^2+3x+1}$ ≥ 0

$3x^2-6x+\cancel{2} = \cancel{1}+3x^2+3x+\cancel{1}-2\sqrt{3x^2+3x+1}$
$-6x = 3x-2\sqrt{3x^2+3x+1}$
$-9x = -2\sqrt{3x^2+3x+1}$
$9x^{\geq 0} = 2\sqrt{3x^2+3x+1}$ ④

$81x^2 = 4(3x^2+3x+1)$
$81x^2 = 12x^2+12x+4$
$69x^2-12x-4=0$
$D = 144+4\cdot4\cdot69 = 1248 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{2^5\cdot3\cdot13} = 4\sqrt{78}$
$x = \frac{-12\pm4\sqrt{78}}{69\cdot2}$

№4 (окончание реш-я)

$$\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{-12-4\sqrt{78}}{69\cdot 2} = \dfrac{-6-2\sqrt{78}}{69} \text{ — не подходит, т.к. из (4):} \\ x = \dfrac{-6+2\sqrt{78}}{69} \end{array}\right.$$

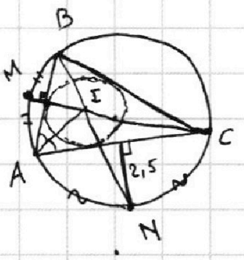
$9x = 2\sqrt{3x^2+3x+1} \geq 0$

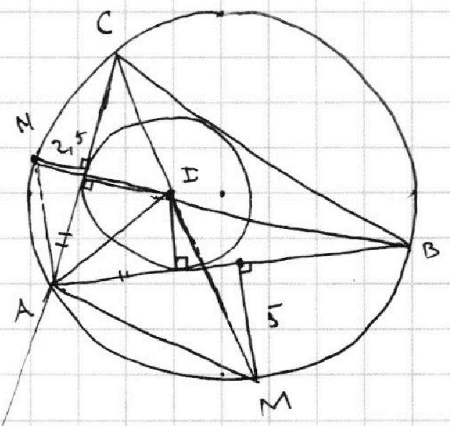
$9x \geq 0$

$x \geq 0$

Ответ: $x = \dfrac{1}{9}$; $x = \dfrac{-6+2\sqrt{78}}{69}$

оставшаяся часть листа — черновик

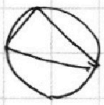




AI - ?

$ax+y-8b=0$

$a\,(x^2+y^2-1)$



$ax+y-8b=0$

$(x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0$

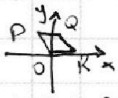
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№ 5

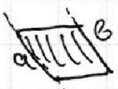


A, B внутри пар $\Rightarrow$ $y_1 \in [0; 26]$
$y_2 \in [0; 26]$

найдем ур-е прямой OP:
$y = k_1 x + b_1$
O: $0k_1 + b_1 = 0 \Rightarrow b_1 = 0$
P: $-13k_1 = 26 \Rightarrow k_1 = -2$
итого: $y = -2x$ – прямая a

найдем ур-е прямой QR: $y = k_2 x + b_2$
$PO \parallel QR \Rightarrow k_2 = k_1 = -2$
$y = -2x + b_2$
R: $0 = -2 \cdot 16 + b_2$
$0 = -32 + b_2 \Rightarrow b_2 = 32$
итого: $y = -2x + 32$ – прямая b

наши т. как. внутри пар $\Rightarrow$ они как в „над" прямой a или на
и „под" прямой b или на



тогда: $y_1 \geq -2x_1$ ①
$y_2 \geq -2x_2$ ② $\Rightarrow$ ~~$2x_2 \leq$~~
$y_1 \leq -2x_1 + 32$ ③
$y_2 \leq -2x_2 + 32$ ④

также по усл $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$ ⑤

~~① и ② в ⑤~~

① : $-2x_1 \leq y_1$

~~из ④ : $y_2 \leq -2x_2 + 32$ $(\cdot -1)$~~
~~$-y_2 \geq 2x_2 - 32$~~
~~$2x_2 - 32 \leq -y_2$~~
~~$2x_2 \leq 32 - y_2$ ⑥~~
~~① + ⑥: $2x_2 - 2x_1 \leq 32 - y_2 + y_1$ → в ⑤~~
~~$32 - y_2 + y_1 \geq 2x_2 - 2x_1$~~
~~$32 - y_2 + y_1 + y_2 - y_1 \geq 14$~~

① в ⑤: $2x_2 + \cancel{y_1} + y_2 - \cancel{y_1} \geq 14$
$2x_2 + y_2 \geq 14$
аналогич $2x_1 + y_1 \geq 14$
$x_i \geq \frac{14 - y_i}{2}$
~~$x_i \in$~~
$y_i \in [0; 26] \Rightarrow$
$\Rightarrow \frac{14 - y_i}{2} \in [-6; 7]$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№ 6 (окончание реш-я)

$$t = \frac{-24 \pm 12\sqrt{10}}{30} = \frac{-12 \pm 6\sqrt{10}}{15}$$

$$\left[\begin{array}{l} t = \dfrac{-12 - 6\sqrt{10}}{15} \text{ — X т.к. } t = a^2+1 \geqslant 1 > 0 \\ t = \dfrac{-12 + 6\sqrt{10}}{15} \end{array}\right.$$

обр. замена: $a^2+1 = \dfrac{-12+6\sqrt{10}}{15} \quad \Big| \cdot 15$

$$15a^2+15 = -12+6\sqrt{10} \quad \Big| : 3$$

$$5a^2+5 = -4+2\sqrt{10}$$

$$5a^2 = 2\sqrt{10} - 9$$

нет корней

видимо, где-то вычислительная ошибка: общ кас к 2-м окр должно быть 4: 2 внеш и 2 внутр, что соотв $4^{ем}$ зн-ям 9 как коэф-та накл этих кас

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6 (~~окончание реш-я~~) (продолжение реш-я)

$x^2(a^2+1) - x\cdot 16ab + (64b^2-1) = 0$

$D=0: \quad D = 256a^2b^2 - 4\cdot(a^2+1)(64b^2-1) =$

$= 256a^2b^2 - (4a^2+4)(64b^2-1) = \cancel{256a^2b^2} - \cancel{256a^2b^2} +$

$+4a^2 - 256b^2 + 4 = 4a^2 - 256b^2 + 4$

$D = 0 \Rightarrow 4a^2 - 256b^2 + 4 = 0 \,|:4$

$a^2 - 64b^2 + 1 = 0$ (6)

$y = 8b - ax$ - кас к Ω:

$x^2 + (8b - ax - 12)^2 - 16 = 0$

$x^2 + 64b^2 + a^2x^2 + 144 - 16xab - 192b + 24ax - 16 = 0$

$x^2(a^2+1) + x(24a - 16ab) + 64b^2 - 192b + 128 = 0$ (7)

$y = 8b - ax$ - кас к $\Omega \Rightarrow$ ур-е (7) имеет ровно 1 реш-е $\Rightarrow D = 0$

$D = (24a - 16ab)^2 - 4\cdot(a^2+1)\cdot(64b^2 - 192b + 128)$

$D = 0: \quad 64(3a - 2ab)^2 - 4\cdot(a^2+1)\cdot 16(4b^2 - 12b + 8) = 0$

$9a^2 + 4a^2b^2 - 12a^2b - (4a^2b^2 - 12a^2b + 8a^2 + 4b^2 - 12b + 8) = 0$

$9a^2 + \cancel{4a^2b^2} - \cancel{12a^2b} - \cancel{4a^2b^2} + \cancel{12a^2b} - 8a^2 - 4b^2 + 12b - 8 = 0$

$a^2 - 4b^2 + 12b - 8 = 0$ (8)

(6), (8):

$\begin{cases} a^2 - 64b^2 + 1 = 0 \\ a^2 - 4b^2 + 12b - 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow \quad a^2 + 1 = 64b^2 \Rightarrow b^2 = \dfrac{a^2+1}{64} \Rightarrow b = \dfrac{\sqrt{a^2+1}}{8}$

т.к. наша прямая явл кас к обеим окр одновременно

$a^2 - 4\cdot\dfrac{a^2+1}{64} + 12\cdot\dfrac{\sqrt{a^2+1}}{8} - 8 = 0$

$a^2 - \dfrac{a^2+1}{16} + 12\cdot\dfrac{\sqrt{a^2+1}}{8} - 8 = 0 \,|\cdot 16$

$16a^2 - a^2 - 1 + 24\sqrt{a^2+1} - 128 = 0$

$15a^2 + 24\sqrt{a^2+1} - 129 = 0$

$15a^2 + 15 + 24\sqrt{a^2+1} - 144 = 0$

$15(a^2+1) + 24\sqrt{a^2+1} - 144 = 0$

замена: $a^2 + 1 = t \geq 1$

$15t^2 + 24t - 144 = 0$

$D = 24^2 + 60\cdot 144 = 576 + 864 = 1440 = 2^4\cdot 2\cdot 3^2\cdot 5 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{D} = 2^2\cdot 3\sqrt{10} = 12\sqrt{10}$

$t = \dfrac{-24 \pm 12\sqrt{10}}{30}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№6 (начало реш-я)

ур-е, независимое от параметров:

$(x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16)\le 0$ (1)

$x^2+y^2=1$ - окр с ц. (0;0) и радиусом 1 (обозначим ее ω)

$x^2+y^2\le 1$ (т.е. $x^2+y^2-1\le 0$) (2)

верно для т., нах. внутри ω (включая ее границу)

$x^2+(y-12)^2=16$ - окр с ц. (0;12) и радиусом 4 (обозначим её Ω)

$x^2+(y-12)^2\le 16$ (т.е. $x^2+(y-12)^2-16\le 0$) (3)

верно для т., нах внутри Ω (включая её границы)

(т.е. т. не может $\in$ им одновременно)

нерав-во (1) верно, если одно из нерав. (2) - (3) верно, а второе - нет (окр. ω и Ω не пересек $\Rightarrow$ если одно из нерав. (2) - (3) верно, то второе точно нет $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ (1) верно, если верно (2) или (3))

$ax+y-8b=0$

$y=8b-ax$ - прямая (4)

сис-ма из (1) и (4) должна иметь 2 реш-я т.е. прямая ~~должна в эти 2 окр в 2 раза~~ должна иметь с этими 2-мя окр (ω и Ω) в сумме 2 общих т.

прямая и окр могут иметь только 0, 1 (кас), или ∞ (секущая) общих т.

$\Rightarrow$ к обеим окр. наша прямая должна быть касательной

0 и 0 x
0 и 1 x
1 и 0 x
∞ и 0/1 x
1 и 1 - v — кол-во общ т пр. и окр

$y=8b-ax$ - кас к $\underbrace{x^2+y^2=1}_{\omega}$:

$x^2+(8b-ax)^2=1$

$x^2+64b^2+a^2x^2-16abx=1$

$x^2(a^2+1)-16xab+(64b^2-1)=0$ (5)

$y=8b-ax$ - кас $\Rightarrow$ ур-е (5) имеет ровно 1 реш-е $\Rightarrow D=0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

черновик

~~8x - ax~~

$y = 8b - ax$;

$y^2 + x^2 = 1$

$x^2 + (y-12)^2 = 16$

$y^2 - (y-12)^2 = -15$

$\cancel{y^2} - \cancel{y^2} - 144 + 24y = -15$

$24y =$

$\Rightarrow a^2 = 64b^2 - 1$

$y = 8b - ax$

$y^2 + x^2 = 1$

$64b^2 - 16bax + a^2x^2 + x^2 = 1$

$x^2(a^2+1) - 16abx + (64b^2 - 1) = 0$

$36 \cdot 6 = 180 + 36 -$

$2, 144 + 160 = 304$

$64b^2 - 1 - 4b^2 + 12b - 8 = 0$

$60b^2 + 12b - 9 = 0$

$D = 144 + 36 \cdot 60 = 144 + 2160 = 2304$

20304

20 ·

$a^2 - 64b^2 + 1 = 0$

$a^2 + 1 = 64b^2 \Rightarrow b^2 = \frac{a^2+1}{64}$

$\frac{\sqrt{a^2+1}}{8} = b$

$a^2 - 4 \cdot \frac{a^2+1}{64} + 12 \cdot \frac{\sqrt{a^2+1}}{8} - 8 = 0$

$a^2 - \frac{a^2+1}{16} + 12\frac{\sqrt{a^2+1}}{8} - 8 = 0 \mid \cdot 16$

$16a^2 - a^2 - 1 + 24\sqrt{a^2+1} - 128 = 0$

+20

500
200
20

$144 \cdot 6 = 600 + 240 + 24 = 840 + 24 = 864$

$864 + 576 = 1300 + 64 + 76 = 1300 + 140 = 1440$

1440	2
720	:2
360	:2
180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

$1440 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5$

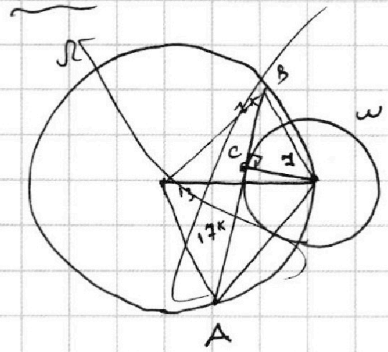
$\sqrt{D} =$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Черновик

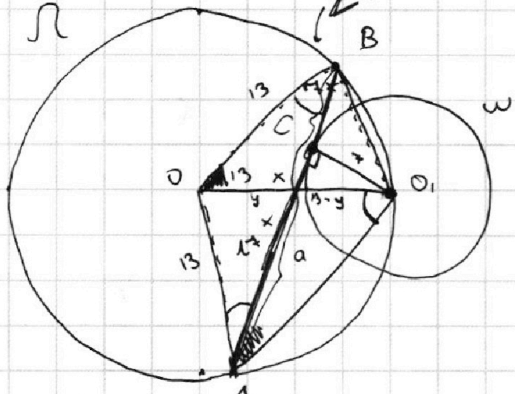
$17+7=24$

$1-9x=0$

$1=9x$

$x=\frac{1}{9}$

$24x-a$



AB-?

OBO_1A - вп / ат на 1 окр

5~

$7x\cdot 13x = y(13-y)$

$91x^2 = 13y-y^2$

$\triangle OXB \sim \triangle AXO_1$:

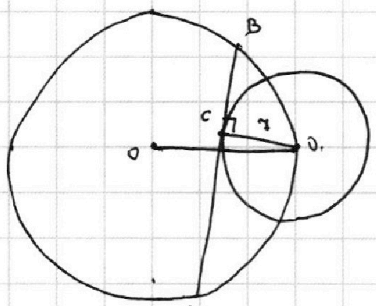
$$\frac{y}{13-y}=\frac{a}{24x-a}$$

$3\cdot\frac{1}{9}^2-6\cdot\frac{1}{9}+2=$

6·!

1

$24x-a-7x=\underline{17x-a}$



$49+(17x-a)^2=(13-y)^2$

$y\cdot 24x-\cancel{ya}=13a-\cancel{ay}$

$24xy=13a$

$a=\frac{24xy}{13}$

$$49+\left(17x-\frac{24xy}{13}\right)^2=(13-y)^2$$

$\cancel{49+289x^2}$

$3x^2-6x+2$

$$49+17^2x^2+\frac{24^2x^2y^2}{13^2}-\frac{48xy\cdot 17}{13}=13^2-26y+y^2$$

$3x^2+2\cdot3x-1=1-9x$

$a-b=a^2-b^2$

$a=b$

$a-b=(a-b)(a+b)$

$a+b=1$

$500+100+24$

$81-12=82-1-12=80-10-1=70-1=69$

$75+3$

$35+4$

$\sqrt{2^4}=2^2=4$

$69\cdot16=1104$

$1104+144=1248$

$1248:2=624$, $624:2=312$, $312:2=156$, $156:2=78$, $78:2=39$, $39:3=13$

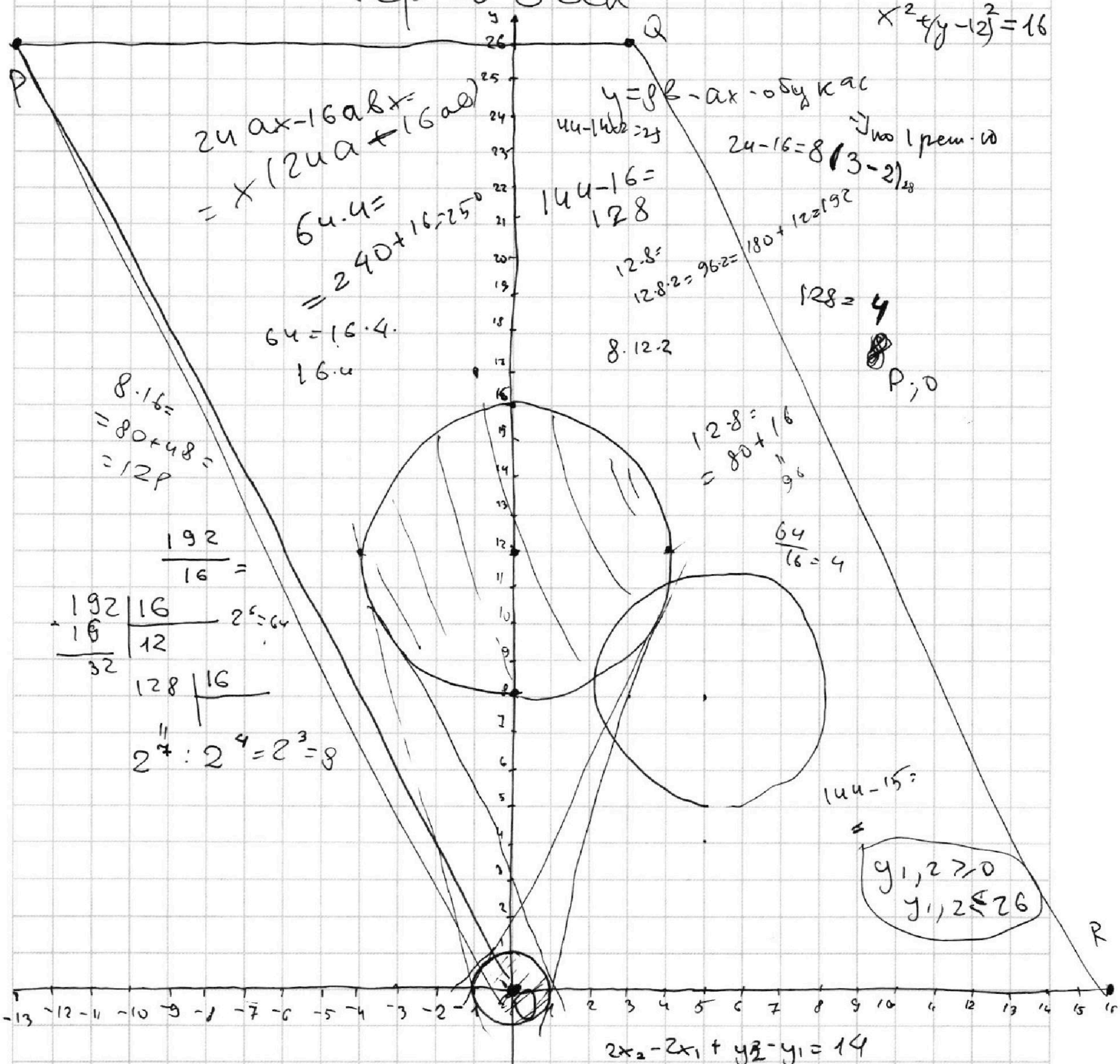
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

черновик

$x^2+(y-12)^2=16$



$2x_2-2x_1+y_2-y_1=14$

$2(x_2-x_1)+y_2-y_1=14$

$2\Delta x+\Delta y=14$

$x^2+y^2-1\leq 0$

$x^2+y^2\leq 1$ - внутри

тоже внутри

либо внутри 1, либо внутри второй

2 реш-я

$ax+y-8b=0$

$y=8b-ax=-ax+8b$

у одной окр: 0, 1, ∞

0 : 0 1 => обу кас