Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол $\alpha = 45^0$ с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета $L = 20$ м.

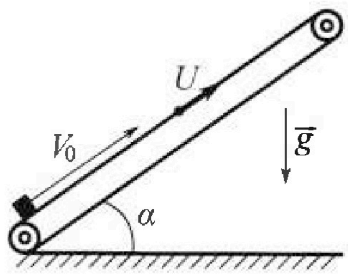
1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью V_0 к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна $H = 3{,}6$ м.

2) На каком расстоянии S от точки старта находится стенка?

Уск орение свободного падения g =10 м/с^2. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin\alpha = 0{,}6$ (см. рис.).
В первом опыте небольшую коробку ставят на *покоящуюся* ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 6$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = 0{,}5$.
Движение коробки прямолинейное.



1) Какой путь S пройдет коробка в первом опыте к моменту времени $T = 1$ с?

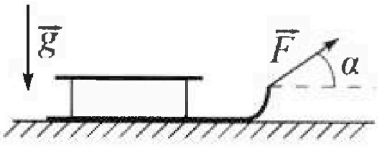
Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, *движущуюся* со скоростью $U = 1$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 6$ м/с (см. рис.).

2) Через какое вр емя T_1 после старта скорость коробки *во втором опыте* будет равна $U = 1$ м/с?

3) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки обратится в ноль *во втором опыте*? Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии K на одинаковых участках пути.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).



Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии K действие внешней силы прекращается.

1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

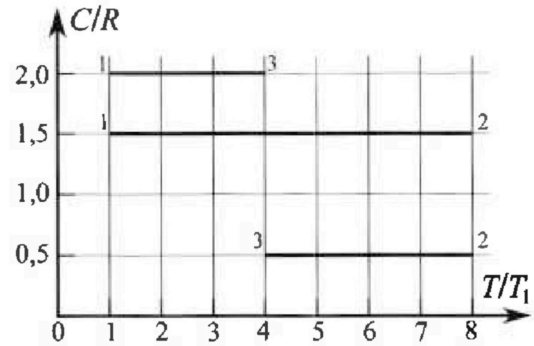
2) Найдите перемещение S санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения g. Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

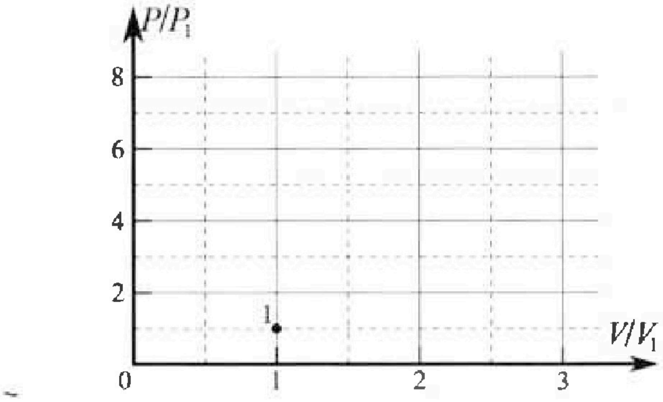
Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

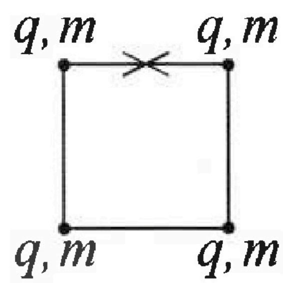
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1(см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна $T_1 = 200$ К,
универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).



1) Найдите работу A_{31} внешних сил над газом в процессе 3-1.
2) Найдите КПД η цикла.
3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной a (см. рис.). Сила натяжения каждой нити T.



1) Найдите абсолютную величину $|q|$ заряда каждого шарика.

Одну нить пережигают.

2) Найдите кинетическую энергию K любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.
3) На каком расс тоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных вверху (на рисунке)?

Эле ктрическая постоянная ε_0. Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 [x] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$(x^n)'_x = n x^{n-1} x'$ $\quad \frac{1}{\cos^2(\alpha)} = 1 + tg^2(\alpha)$ $\quad \alpha = const \Rightarrow \alpha'_\alpha = 1$ $\quad (\sin(\alpha))'_\alpha = \cos(\alpha)\alpha'$ $\quad (\cos(\alpha))'_\alpha = -\sin(\alpha)\alpha'$

$$\left(\frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}\right)'_\alpha = \left(\sin(\alpha)\cos^{-1}(\alpha)\right)'_\alpha = \sin(\alpha)\left(\cos^{-1}(\alpha)\right)' + \cos(\alpha)\cdot\cos^{-1}(\alpha) = tg^2(\alpha) + 1 = (tg(\alpha))'_\alpha$$

$$-\cos^{-2}(\alpha)(-\sin(\alpha)) = \sin(\alpha)\cdot\cos^{-2}(\alpha)$$

$$(tg^2(\alpha))'_\alpha = 2tg(\alpha)(tg^2(\alpha)+1)$$

$$h = tg(\gamma)S - \frac{gS^2}{2V_0^2}tg^2(\gamma) - \frac{gS^2}{2V_0^2}$$

$$\frac{dh}{d\gamma} = 0 = (tg^2\gamma+1)S - \frac{gS^2}{2V_0^2}\cdot 2tg(\gamma)\cdot(tg^2\gamma+1)$$

замени $\frac{1}{\cos^2(\gamma)}$ через $tg^2(\gamma)$

$$0 = (tg^2(\gamma)+1)S - \frac{gS^2}{2V_0^2}\left(2tg^3(\gamma) + 2tg(\gamma)\right)$$

сокращ на $(tg^2(\gamma)+1)$

$$\Rightarrow 0 = S - \frac{gS^2}{2V_0^2}\cdot 2tg(\gamma) \Rightarrow \frac{gS}{V_0^2}tg(\gamma) = 1$$

$$tg(\gamma) = \frac{V_0^2}{gS}$$

$\Rightarrow$ h-max при $tg(\gamma) = \frac{V_0^2}{gS}$

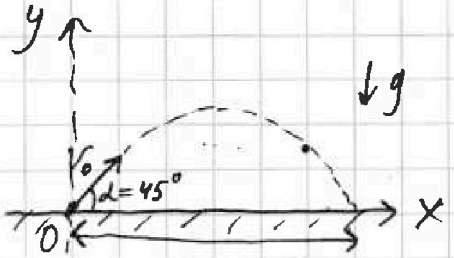
$$\Rightarrow H = \frac{V_0^2}{gS}\cdot S - \frac{gS^2}{2V_0^2}\cdot\frac{V_0^4}{g^2S^2} - \frac{gS^2}{2V_0^2} = \frac{V_0^2}{g} - \frac{V_0^2}{2g} - \frac{gS^2}{2V_0^2}$$

$$\Rightarrow H - \frac{V_0^2}{2g} = -\frac{gS^2}{2V_0^2} \Rightarrow S^2 = \left(\frac{V_0^2}{2g} - H\right)\cdot\frac{2V_0^2}{g}$$

$$S = \sqrt{\frac{V_0^4}{g^2} - H\cdot\frac{2V_0^2}{g}} = \sqrt{\left(\frac{200}{20} - 3{,}6\right)\cdot\frac{2\cdot 200}{10}} = \sqrt{0{,}64\cdot 400} = 0{,}8\cdot 20$$

$$\Rightarrow \boxed{S = 16 \text{ м.}}$$

Ответ: 1) $V_0 = 10\sqrt{2}\ \frac{м}{с}$; 2) $S = 16$ м



$\boxed{V_0 = ?}$

ур-я движения:

1) $x = V_0 \cos(\alpha)\tau$

$y = \tau V_0 \sin(\alpha) - \frac{g\tau^2}{2}$

$V_x = V_0 \cos(\alpha)$

$V_y = V_0 \sin(\alpha) - g\tau$

$\Rightarrow L = V_0 \cos(\alpha)\tau_0$; где τ_0 - общ. время полёта

при этом $y_{конечн} = 0 \Rightarrow 0 = \tau_0 V_0 \sin(\alpha) - \frac{g\tau_0^2}{2}$

$\Rightarrow 0 = \frac{V_0 \sin(\alpha)}{V_0 \cos(\alpha)} \cdot \cancel{L} - \frac{g \cdot L^{\cancel{2}}}{2V_0^2\cos^2(\alpha)} = \cancel{L}\,tg(\alpha) - \frac{gL^{\cancel{2}}}{2V_0^2\cos^2(\alpha)}$; $L \neq 0$.

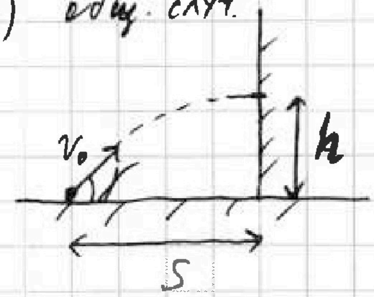
$\Rightarrow \frac{gL}{2V_0\cos^2(\alpha)} = tg(\alpha) \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{gL\cos(\alpha)}{2\sin(\alpha)\cos^2(\alpha)}} = \sqrt{\frac{gL}{\sin(2\alpha)}}$

$tg(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$

$\boxed{\text{Ответ: } V_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin(2\alpha)}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 20}{1}\frac{м}{с}} = \sqrt{200}\frac{м}{с} = 10\sqrt{2}\frac{м}{с}}$

$\sin(90) = 1$; $200 = 25 \cdot 4 \cdot 2$

2) общ. случ.



$h_{max} = H = 3{,}6м.$; $V_0 = 10\sqrt{2}\frac{м}{с}$

$S = ?$

ур-я движ аналогичны п. 1. с заменой $\alpha \to \gamma$.

$\Rightarrow$ пусть мом. удара мяча о стенку $\tau_x \Rightarrow$

$x(\tau_x) = \tau_x V_0 \cdot \cos(\gamma) = S$

$y(\tau_x) = \tau_x V_0 \sin(\gamma) - \frac{g\tau_x^2}{2} = h.$

выраз. τ_x из $x(\tau_x)$ и подст. в $y(\tau_x)$.

$h = \frac{V_0 \sin(\gamma)}{V_0 \cos(\gamma)} \cdot S - \frac{gS^2}{2V_0^2\cos^2(\gamma)} = tg(\gamma)S - \frac{gS^2}{2V_0^2\cos^2(\gamma)}$; мы получили $h(\gamma)$.

$\Rightarrow$ найдём γ; при кот-м. h-max ; $\frac{1}{\cos^2(\gamma)} = tg^2(\gamma) + 1$ заменим.

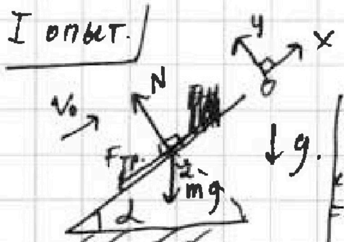
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

I опыт.



$\downarrow g$

$\boxed{\sin(\alpha)=0{,}6 \Rightarrow \cos(\alpha) = \sqrt{1-0{,}36} = 0{,}8}$

т.к. есть 2 случая, когда V_0 напр. вниз: ~~V_0~~ (I) и когда вверх: ~~V_0~~ (II)

$\Rightarrow$ 1) лента покоится: I!

2-ой Закон Ньютона при скольж.:

OX: $F_{тр} - mg\sin(\alpha) = ma_{x_1}$

OY: $N - mg\cos(\alpha) = 0.$

II: OX: $-F_{тр} - mg\sin(\alpha) = ma_{x_2}$

OY: $N - mg\cos(\alpha) = 0.$

$\Rightarrow$ OY: одинак для I и II

$\Rightarrow N = mg\cos(\alpha)$

$\Rightarrow F_{тр} = \mu mg\cos(\alpha)$

$\Rightarrow$ I: $a_{x_1} = \mu g\cos(\alpha) - g\sin(\alpha) = 10(0{,}5\cdot 0{,}8 - 0{,}6) = -2\frac{м}{с^2}$

II: $a_{x_2} = -\mu g\cos(\alpha) - g\sin(\alpha) = 10(-0{,}5\cdot 0{,}8 - 0{,}6) = -10\frac{м}{с^2}$

$\Rightarrow$ т.к. движ. равноускор $\Rightarrow$

1) $\Rightarrow$ I: $S_1(T) = |-V_0 + a_{x_1}T| = |-6+(-2)\cdot 1| = |-8| = 8$ м

Заметим, что во II-м случае коробка

$\Rightarrow$ поменяет напр. движ $\Rightarrow$ сила трен. помен. напр-е.

$\Rightarrow$ рассм. ее движ.

в 2 этапа: на 1-м ускор: a_{x_2} (до мом. остановки),

а поте: $ma'_{x_2} = F_{тр} - mg\sin(\alpha) = a_{x_1}$

$\Rightarrow S_2 = \frac{|a_{x_2}|\tau_2^2}{2} + \frac{|a_{x_1}|\tau_1^2}{2}$ (т.к нас интересует путь $\Rightarrow$ длина траект.)

где:

$\tau_2 = \left|\frac{V_0}{a_{x_2}}\right| = \left|\frac{6}{-10}\right| = 0{,}6$ с. $\Rightarrow S_2 = \frac{10\cdot 0{,}36}{2} + \frac{2\cdot 0{,}16}{2} = 1{,}8 + 0{,}16 = 1{,}96$ м.

$\tau_1 = T - \tau_2 = 0{,}4$ с.

Ответ: 1) $S_2(V_0$ - вверх$) = 1{,}96$ м.
$S_1(V_0$ - вниз$) = 4$ м.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

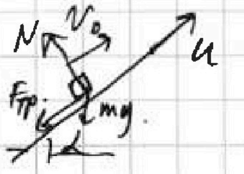
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Опыт II

т.к. лента для ~~подъёма~~ грузов $\Rightarrow \vec{u}$ - напр вверх ; также из. рис. видно, что $\vec{u} \uparrow\uparrow \vec{V_0}$.

$\Rightarrow$



2) т.к. нас интересует время, за кот-е скор. коробки станет $1\frac{м}{с}$, заметим, что таких. мом. 2 (когда $\vec{V_k} = \vec{u}$ (т.е. в лаб. с.о. $V_k = 1\frac{м}{с}$ и $\Rightarrow$ неподв. отн. ленты) I и когда $\vec{V_k} = -\vec{u}$) II

$\Rightarrow$ рассм. оба вар.:

I) T_I (мом, когда $\vec{V_k} = \vec{u}$) $\Rightarrow$ т.к. ур-я динамики аналогичны п.1) $\Rightarrow a_{I_x} = a_{x_2}$, но необх. $\Delta V_{x_I} = V_0 - u = 5\frac{м}{с}$

$\Rightarrow T_I = \frac{\Delta V_{x_I}}{a_{I_x}} = \frac{5}{10} = 0{,}5\,с.$

II) T_{II} (мом, когда $\vec{V_k} = -\vec{u}$) $\Rightarrow$ заметим, что этот мом. соотв. мом, когда [зачёркнуто], отн. ленты тело двиг-ся вниз со скор. $2\frac{м}{с}$

$\Rightarrow$ аналогично II в п.1. разобьём движ на 2 уч-ка: до ост. и после ост.

$\Rightarrow T_{II} = \underset{\text{до ост.}}{T_I} + \underset{\text{после ост.}}{T_3}$; где T_3: $|a_{x_1}| T_3 = 2\frac{м}{с} = 2u$.

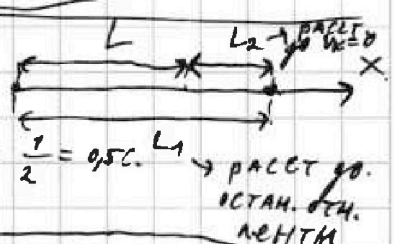
$\Rightarrow T_{II} = T_I + \frac{2u}{|a_{x_1}|} =$

$\Rightarrow T_{II} = 0{,}5 + \frac{2}{2} = 1{,}5\,с.$

$\boxed{\text{Ответ: } T_1 = \left[\begin{array}{l} 0{,}5\,с \\ 1{,}5\,с \end{array}\right.}$ 2

3) : $V_k = 0$ при $\vec{V}_{\text{отн ленты}} = -\vec{u} \Rightarrow$

$\Rightarrow L_1 = \frac{a_{x_2} T_I^2}{2}$; $L_2 = \frac{a_{x_1} T_4^2}{2}$; где $T_4 = \frac{u}{|a_{x_1}|} = \frac{1}{2} = 0{,}5\,с.$



$\Rightarrow L = L_1 - L_2 = \frac{10 \cdot 0{,}25}{2} - \frac{2 \cdot 0{,}25}{2} = 1\,м$

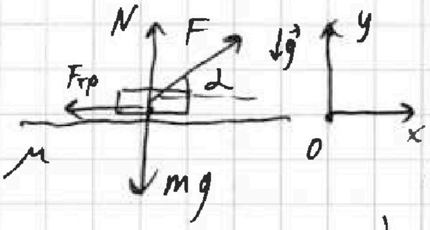
Ответ: 1) $S(V_0 - \text{вверх}) = 1{,}36\,м$, $S(V_0 - \text{вниз}) = 4\,м$; 2) $T_1 = \left[\begin{array}{l} 0{,}5\,с \\ 1{,}5\,с \end{array}\right.$; 3) $L = 1\,м$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

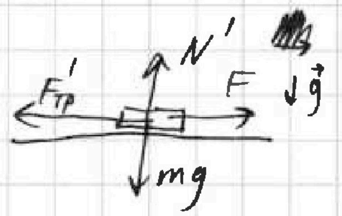
1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

I) 

Масса санок m
=> запишем ур-я динамики (2-ой закон Ньютона) для обоих случаев по осям:

II) 

1) I: OX: $F\cos(\alpha) - F_{тр} = a_x m$

OY: $N + F\sin(\alpha) - mg = 0$.

II: OX: $F - F'_{тр} = a'_x m$.

OY: $N' - mg = 0$.

=> $F_{тр} = \mu N$; $F'_{тр} = \mu N'$

=> $a_x m = F\cos(\alpha) - \mu(mg - F\sin(\alpha))$

$a'_x m = F - \mu mg$

т.к. разгон до одной и той же K ($\overset{a\,\Rightarrow\,u}{v}$) проводился на одинак. участках пути в обоих случаях

=> (т.к. движ. равноускор) $a_x = a'_x$

=> $F\cos(\alpha) - \mu mg + \mu F\sin(\alpha) = F - \mu mg$.

=> $\cos(\alpha) + \mu\sin(\alpha) = 1$ => $\mu = \dfrac{1-\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}$

~~Ответ: $\mu = \frac{1-\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}$~~

~~2) Пусть $K = \frac{mV_x^2}{2}$, где V_x - конеч. скор. при разгоне.~~

~~при этом: $V_x = a_x \tau_x$ (из сост. покоя, равноускор до V_x)~~

~~=> $S_{разг} = \frac{a_x\tau_x^2}{2} = \frac{V_x^2}{2a_x}$ => $S_{разг} = \frac{1}{2a_x}\cdot\frac{2K}{m} = \frac{K}{a_x m}$~~

~~перемещ. санок при разг. до $K(V_x)$~~

~~заметим, что~~

Продолж на обороте. листа

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

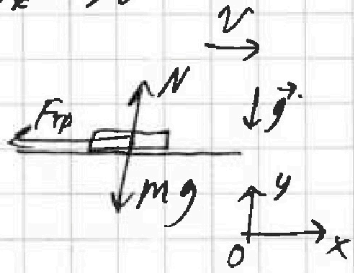
1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

2) пусть $K = \frac{mV_x^2}{2}$; тогда при тормож. под действ. силы трения $K \to 0$.

$\Rightarrow$ запишем. 2-ой закон ньютона $V_x \to 0$ по осям в этом случае:



$OX: -F_{тр} = ma_x''$

$OY: N - mg = 0.$

$\Rightarrow ma_x'' = -\mu mg.$

$\Rightarrow a_x'' = -\mu g$ (т.е. напр. против ох на тормож.)

$\Rightarrow S_{торм} = \frac{|a_x''|\tau_{торм}^2}{2}$; $V_x = |a_x''|\tau_{торм}.$

$\Rightarrow S_{торм} = \frac{V_x^2}{2|a_x''|} = \frac{1}{2|a_x''|} \cdot \frac{2K}{m} = \frac{K}{|a_x''|m}$

$\Rightarrow \boxed{S_{торм.} = \frac{K}{\mu gm} = \frac{K}{gm} \cdot \frac{\sin(\alpha)}{1-\cos(\alpha)}}$

$\boxed{\text{Ответ: } 1)\ \mu = \frac{1-\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} \quad 2)\ S = \frac{K}{gm} \cdot \frac{\sin(\alpha)}{1-\cos(\alpha)}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\nu = 1$ моль ; $i = 3$ (одноат. газ)

Заметим, что все процессы политропны ($C_{в\,проц} = const$)

$\Rightarrow$ 1) $Q_{31} = \nu C_{31} \cdot \Delta T_{31} = 2R\nu \cdot (T_1 - T_3) = 2R\nu(-3T_1) = -6RT_1\nu$

$C_{31} = 2R$ из графика; $T_3 = 4T_1$

при этом: $Q_{31} = \Delta U + A'_{31} = C_V\nu(T_1 - T_3) + A'_{31}$

раб. газа $\Rightarrow A_{31} = -A'_{31}$ раб. внеш. сил

$\Rightarrow A'_{31} = -A_{31} = -6RT_1\nu - \frac{i}{2}R\nu(T_1 - T_3) = -6RT_1\nu + \frac{9}{2}RT_1\nu = -1{,}5RT_1\nu$

$\frac{i}{2}R = \frac{3}{2}R$; $T_1 - T_3 = -3T_1$

$\Rightarrow A_{31} = \frac{3}{2}RT_1\nu = \frac{3}{2} \cdot 8{,}31 \cdot 200 \cdot 1 \Rightarrow$

$\boxed{1)}$ $\boxed{A_{31} = 8{,}31 \cdot 300 = 24{,}93 \cdot 100 = 2493\ Дж}$

2) Найдём η - КПД. процесса, для этого заметим, что $\Delta T_{12} > 0$, а $\Delta T_{23}; \Delta T_{31} < 0$

$\Rightarrow$ тепло подводилось только в процессе 1-2.

$\Rightarrow Q_{подв} = Q_{12} = \nu C_{12} \cdot \Delta T_{12} = 1{,}5R\nu(T_2 - T_1) = \frac{21}{2}RT_1\nu$

$\boxed{т.к.\ машина\ раб.\ на\ нагрев}$; $T_2 = 8T_1$; $T_2 - T_1 = 7T_1$

теперь определим работу цикла:
для этого заметим, что

$\sum Q_{проц} = \sum \Delta U + \sum A = \sum A = A_ц.$

$\sum \Delta U = \nu C_V(T_1 - T_1) = 0$

$\Rightarrow A_ц = Q_{12} + Q_{23} + Q_{31} = \frac{21}{2}RT_1\nu + 0{,}5R\nu(8T_1 - 4T_1) + (-6)RT_1\nu$

$-4T_1$

$A_ц = \left(\frac{21}{2} - 2 - 6\right)\nu RT_1 = \frac{21 - 4 - 12}{2}\nu RT_1 = \frac{5}{2}\nu RT_1$

$\Rightarrow$ по опр: $\boxed{\eta = \frac{A_ц}{Q_{подв}} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{21}{2}} = \frac{5}{21} \quad 2).}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

выведем ур-е политропы в завис-ти от C:

$$\frac{dQ}{dT} = \nu C$$

$$dQ = C_V \nu dT + P dV \Rightarrow \cancel{\nu} C dT = \cancel{\nu} C_V dT + \frac{dV}{V}\cancel{\nu} RT \; ; \; C_V = \frac{3}{2}R$$

$$P = \frac{\nu RT}{V} \qquad \Rightarrow \frac{(C - C_V)}{R}\int\frac{dT}{T} = \int\frac{dV}{V}$$

$$\frac{C - C_V}{R}\ln(T) = \ln(V) + const$$

$$\ln\left(T^{\frac{C-C_V}{R}}\right) = \ln(V) + const.$$

$$\ln\left(T^{\frac{C_V - C}{R}}\right) + \ln(V) = const$$

$$\boxed{VT^{\frac{C_V - C}{R}} = const}$$

$C_{12} = 1{,}5R$ (из граф) $\Rightarrow VT^{\frac{1{,}5R - 1{,}5R}{R}} = const$

$\Rightarrow VT^0 = const$

$\Rightarrow V = const$

$\Rightarrow T_2 = 8T_1$

$T_3 = 4T_1$

$\boxed{V_1 = V_2} \Rightarrow \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow \boxed{P_2 = 8P_1}$

$C_{23} = 0{,}5R \Rightarrow VT^{\frac{1{,}5R - 0{,}5R}{R}} = const \Rightarrow$ $\boxed{2\text{-}3: VT = const}$ $\rightarrow PV^2 = const \Rightarrow P = \frac{1}{V^2}$

$\boxed{C_{31} = 2R \Rightarrow VT^{\frac{1{,}5 - 2R}{R}} = const}$

$\Rightarrow V_2 \cdot 8T_1 = 8T_1 V_1 = 4T_1 \cdot V_3$

$\Rightarrow \boxed{V_3 = 2V_1}$

$\Rightarrow 8T_1 \nu R = 8P_1 V_1 \; (2)$

$4T_1 \nu R = P_3 V_1 \; (3)$

$\Rightarrow$ точки на графике $P(V)$:

$1: (P_1; V_1)$; $2: (8P_1; V_1)$; $3: (2P_1; 2V_1)$

$\Rightarrow \frac{P_3}{4P_1} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \boxed{P_3 = 2P_1}$

$\Rightarrow$ в $\frac{P}{P_1}\left(\frac{V}{V_1}\right)$:

$1: (1; 1)$ $\downarrow V = const$

$2: (1; 8)$ $\downarrow VT = const; P = \frac{k}{V^2}$

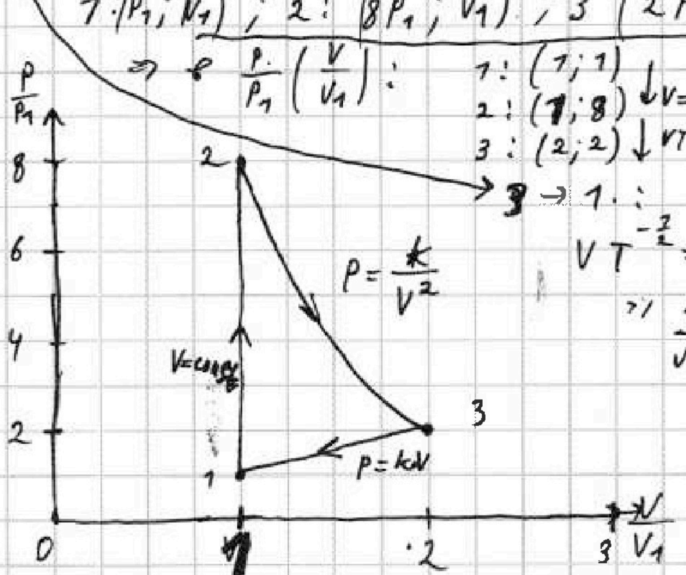
$3: (2; 2)$

$3 \rightarrow 1$:

$VT^{-\frac{1}{2}} = const$

$\Rightarrow \frac{V}{\sqrt{T}} = const = \frac{V}{\sqrt{\frac{PV}{\nu R}}} = \frac{1}{\sqrt{\nu R}} \cdot \sqrt{\frac{V}{P}} = const!$

$\Rightarrow \boxed{P = k \cdot V}$ $k = const$



$$\boxed{\text{Ответ: } \eta = \frac{5}{21}}$$

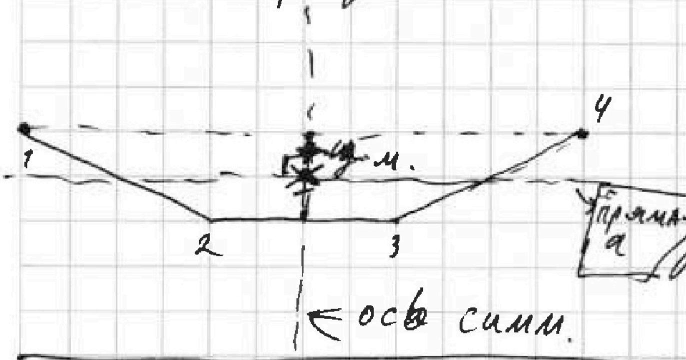
На одной странице можно оформлять **только** одну задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Рассм произвольный момент для сист. после пережиг. нити.



заметим, что $\forall \tau$:
расст. от линии, соед. 1 и 4 шарики, ~~также~~ до линии, соед 2 и 3 шарики одинакого (т.к. иначе ц.м. сдвин.)

при этом, также верно, что центры ниток 1-2 и 3-4 лежат на пр. „a" и равноуд. от. ц.м.

2) Рассм. энергию системы!
изнач. энерг. составлялась суммой потенц. энерг. в-я пар шаров =>.

$$\Sigma E = E_{п.12} + E_{п.23} + E_{п.34} + E_{п.14} + E_{п.24} + E_{п.13}.$$

при этом, в силу симм:

$$E_{п.12} = E_{п.23} = E_{п.34} = E_{п.14} = \frac{kq^2}{a}$$

$$E_{п.13} = E_{п.23} = \frac{kq^2}{\sqrt{2}a}$$

$$\Rightarrow \Sigma E = \frac{kq^2}{a}\left(4 + \frac{2}{\sqrt{2}}\right) = \frac{2kq^2}{a}\left(\frac{2\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}\right) = E_{нач.}$$

когда шари встали в одну линию кажд из них приобрёл кин. энерг K (т.к. все скор одинак по модулю)

все скор, в. т.ч. и угловые

расст. не изм.

$$\Rightarrow \Sigma E = 4K + E'_{п.12} + E_{п.23} + E_{п.34} + E'_{п.14} + E'_{п.13} + E'_{п.24} = E_{кон}.$$

$E'_{п.14} = \frac{kq^2}{3}$, $E'_{п.13} = E'_{п.24} = \frac{kq^2}{2a}$

$$E_{кон} = 4K + \frac{4kq^2}{a} + \frac{kq^2}{3} = \frac{13}{3}\cdot\frac{kq^2}{a} = E_{нач} \quad \text{(по закону сохр. энерг и } A_{вн} = 0 \text{ т.к. нет внеш сил)} \quad = \frac{kq^2}{a}\left(4 + \frac{2}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\Rightarrow K = \frac{-\Delta E_п}{4} = \frac{-\left(\frac{13}{3} - 4 - \frac{2}{\sqrt{2}}\right)}{4}\cdot\frac{kq^2}{a}$$

$$K = \frac{\left(\frac{2}{\sqrt{2}} - \frac{1}{3}\right)}{4}\cdot\frac{kq^2}{a} = \frac{6-\sqrt{2}}{12\sqrt{2}}\cdot\frac{kq^2}{a}$$

$$\boxed{d = \frac{\sqrt{5}}{2}a}$$

заменим $k \to \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

$|q| = 4a\sqrt{\frac{\pi\varepsilon_0}{4+\sqrt{2}}}$

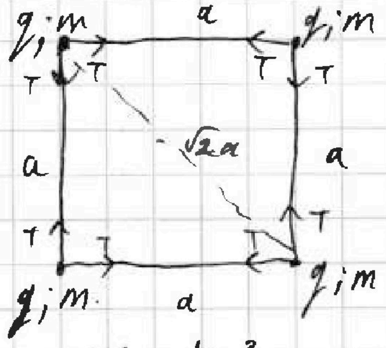
Ответ: $K = \frac{6-\sqrt{2}}{48\sqrt{2}}\cdot\frac{q^2}{\pi a\varepsilon_0}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

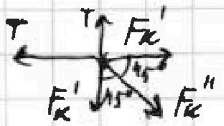
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) система нах-ся в покое и сим-чна для любого шарика => достаточно рассм. один. шарик и силы на него.



→ x

Т.к. шары заряж. одноим. => отталк-ся.

$$F_k' = \frac{kq^2}{a^2}$$

на OX:

$$=> F_k'' = \frac{kq^2}{2a^2}$$

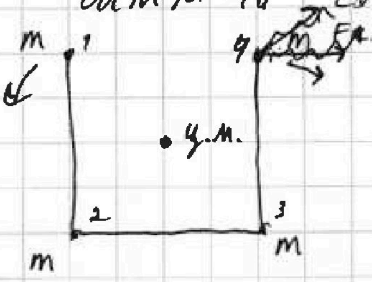
$$F_k' + F_k''\underbrace{\cos(45°)}_{\frac{\sqrt{2}}{2}} - T = 0.$$

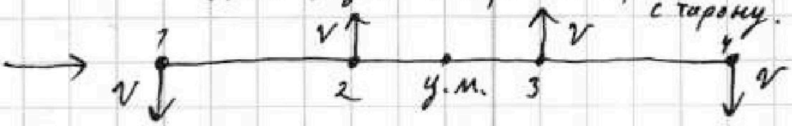
$$=> \frac{kq^2}{a^2}\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right) = T$$

$$\boxed{\text{Ответ:}} => \boxed{1)\ |q| = 2a\sqrt{\frac{T}{(4+\sqrt{2})k}}}.$$

2) Заметим, что система шаров замкнута и симм-чна отн. прямой, проход. ч/з ц.м. и ⊥ к. 2-3. => $\sum P = 0 = const$ (Vt)

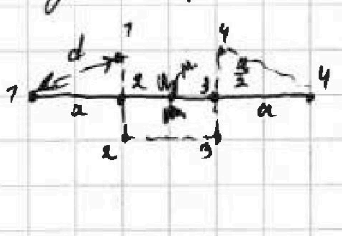
и когда шары выстроятся в одну прямую: симм-тв сохр. и $\sum p = 0$ => V будут иметь равн. по модулю скор. но у крайн. шаров она будет напр. в противопол. сторону.





Причём заметим, что нити останутся натянутыми, т.к. ~~для крайних~~ ~~для центральных~~ все шары отталк-ся.

3) отсюда следует, что d - расст. от старта для крайн. шариков:



$$=> \boxed{d = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}a}$$

Ответ!