



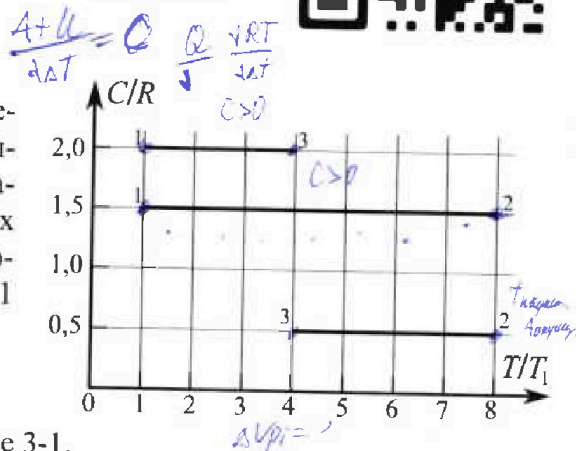
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

## Вариант 10-02



Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

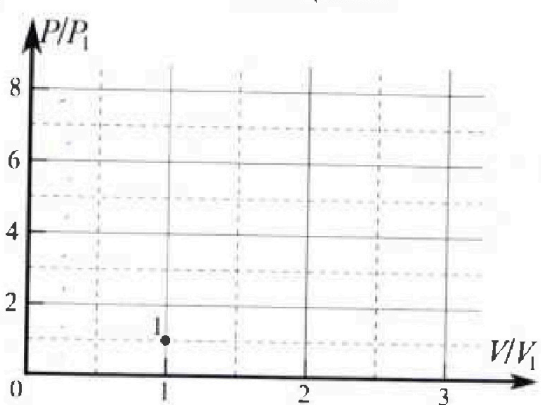
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости  $C$  газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна  $T_1 = 200$  К, универсальная газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/(моль · К).



- 1) Найдите работу  $A_{31}$  внешних сил над газом в процессе 3-1.
- 2) Найдите КПД  $\eta$  цикла.
- 3) Постройте график цикла в координатах  $(P/P_1, V/V_1)$ , где  $P_1$  и  $V_1$  давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.

$$\frac{1}{\pi \epsilon_0} \cdot \frac{4\pi \epsilon_0}{R} = \frac{4\pi}{R}$$

$$\frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{4\pi \epsilon_0}{R} = \frac{1}{R}$$

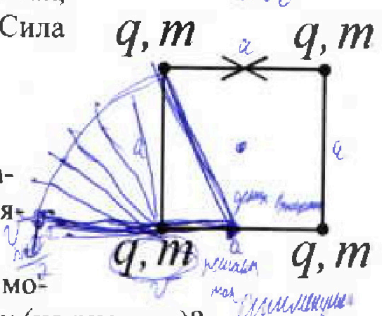


$$K = \frac{1}{\epsilon_0 \pi}$$

$$K = \frac{1}{4\pi \epsilon_0}$$

5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной  $a$  (см. рис.). Сила натяжения каждой нити  $T$ .

- 1) Найдите абсолютную величину  $|q|$  заряда каждого шарика. Одну нить пережигают.
- 2) Найдите кинетическую энергию  $K$  любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.
- 3) На каком расстоянии  $d$  от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных сверху (на рисунке)? Элементарная постоянная  $\epsilon_0$ . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.



$$\frac{mv^2}{r} = K$$

$$K = \frac{4\pi}{\epsilon_0}$$

$$K = \frac{1}{\epsilon_0}$$

$$K = \frac{1}{4\pi \epsilon_0}$$

$$ES = \frac{q}{\epsilon_0}$$



# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

## Вариант 10-02



Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол  $\alpha = 45^\circ$  с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета  $L = 20$  м.

1) Найдите начальную скорость  $V_0$  мяча.

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью  $V_0$  к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна  $H = 3,6$  м.

2) На каком расстоянии  $S$  от точки старта находится стенка?

Уск. орение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол  $\alpha$  такой, что  $\sin \alpha = 0,6$  (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость  $V_0 = 6$  м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте  $\mu = 0,5$ .

Движение коробки прямолинейное.

1) Какой путь  $S$  пройдет коробка в первом опыте к моменту времени  $T = 1$  с?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью  $U = 1$  м/с, и сообщают коробке скорость  $V_0 = 6$  м/с (см. рис.).

2) Через какое время  $T_1$  после старта скорость коробки во втором опыте будет равна  $U = 1$  м/с?

3) На каком расстоянии  $L$  от точки старта скорость коробки обратится в ноль во втором опыте? Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

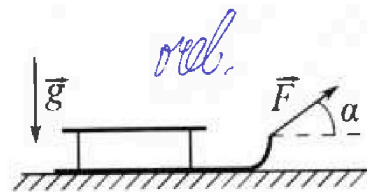
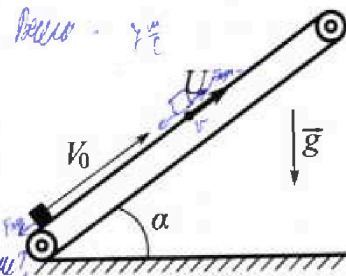
3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии  $K$  на одинаковых участках пути.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом  $\alpha$  к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии  $K$  действие внешней силы прекращается.

1) Найдите коэффициент  $\mu$  трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Найдите перемещение  $S$  санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения  $g$ . Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$M \frac{1}{\cos^3 \beta} - \frac{g s \sqrt{1 - \cos^2 \beta}}{v^2 \cos^3 \beta} = 0 \quad |\cos \beta \neq 0$$

$$1 - \frac{g s}{v^2} \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = 0$$

$$1 = \frac{g s}{v^2} \cdot \operatorname{tg} \beta \Rightarrow \operatorname{tg} \beta = \frac{v^2}{g s} = \frac{\sin \beta}{\cos \beta}$$

$$M = \frac{v \sin \beta \cdot s}{\cos \beta} - \frac{g s^2}{v^2 \cos^3 \beta \cdot 2} =$$

$$= s \operatorname{tg} \beta - \frac{g s^2}{2 v^2} \cdot \frac{1}{\cos^3 \beta} =$$

$$= s \frac{v^2}{g s} - \frac{g s^2}{2 v^2} \cdot \frac{1}{\cos^3 \beta}$$

$$\frac{\sqrt{1 - \cos^2 \beta}}{\cos \beta} = \frac{v^2}{g s}$$

$$\cos^2 \beta \cdot v^2 = g^2 s^2 (1 - \cos^2 \beta)$$

$$g^2 s^2 = \cos^2 \beta (v^2 + g^2 s^2)$$

$$\cos^2 \beta = \frac{g^2 s^2}{v^2 + g^2 s^2}$$

$$M = \frac{v^2}{g} - \frac{g s^2}{2 v^2} \cdot \frac{1}{\frac{g^2 s^2}{v^2 + g^2 s^2}} =$$

$$= \frac{v^2}{g} - \frac{g s^2}{2 v^2} \cdot \frac{v^2 + g^2 s^2}{g^2 s^2} =$$

$$= \frac{v^2}{g} - \frac{v^2 + g^2 s^2}{2 g v^2} = \frac{g v^2}{2 g} - \frac{v^2 + g^2 s^2}{2 v^2} =$$

$$= \frac{v^2}{g} - \frac{v^2}{2 g} - \frac{g s^2}{2 v^2} = M$$

$$M = 36; v = 10\sqrt{2}; g = 10$$

$$3,6 = \frac{(10\sqrt{2})^2}{10 \cdot 2} - \frac{10 \cdot s^2}{2 \cdot (10\sqrt{2})^2} =$$

$$= \frac{200}{20} - \frac{10 s^2}{40} = 10 - \frac{s^2}{4} = 3,6$$

$$\frac{s^2}{40} = 6,4$$

$$s^2 = 64 \cdot 4$$

$$s = \sqrt{8^2 \cdot 2^2} = 8 \cdot 2 = 16 \text{ м}$$

Ответ:  $s = 16 \text{ м}$

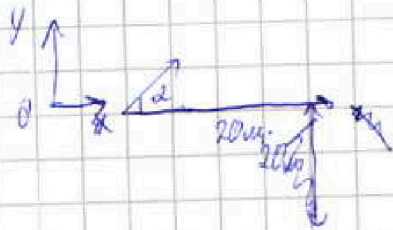
На одной странице можно оформить только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



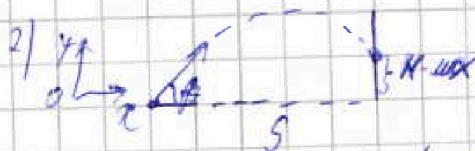
1/

$$1) v=0 = \sin \alpha \cdot v_0 - \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$2) x = 20x = \cos \alpha \cdot v_0 t = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}$$

$$v = \sqrt{\frac{10 \cdot 10}{\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}} = \frac{10\sqrt{2}v_0}{c}$$

Ответ:  $v = 10\sqrt{2} \frac{v_0}{c}$



$$y = H = v \sin \beta t - \frac{gt^2}{2} - \text{max}$$

$$x = S = v \cos \beta t \Rightarrow t = \frac{S}{v \cos \beta}$$

$$y' = 0 =$$

$$H = v \sin \beta \frac{S}{v \cos \beta} - \frac{g}{2v^2 \cos^2 \beta} S^2$$

$$H'(\beta) = 0$$

$$0 = S \left( \frac{\sin \beta}{\cos^2 \beta} \right)' - \frac{g S^2}{2v^2} \cdot \left( \frac{1}{\cos^2 \beta} \right)'$$

$$= S \frac{\cos \beta \cos \beta + \sin \beta \sin \beta}{\cos^3 \beta} - \frac{g S^2}{2v^2} \cdot (\cos^{-2} \beta)' = S(1 + \tan^2 \beta) -$$

$$- \frac{g S^2}{2v^2} \cdot + 2 \cos^{-3} \beta \cdot \sin \beta = 1 + \tan^2 \beta - \frac{g S^2}{v^2} \frac{\sin \beta}{\cos^3 \beta} = 0$$

$$1 + \tan^2 \beta - \frac{g S}{v^2} \frac{\sin \beta}{\cos^3 \beta} = 0$$

$$1 + \frac{\sin^2 \beta}{\cos^2 \beta} - \frac{g S}{v^2} \frac{\sin \beta}{\cos^3 \beta} = 0$$

$$\sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta}$$

$$1 + \frac{1 - \cos^2 \beta}{\cos^2 \beta} - \frac{g S}{v^2} \cdot \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \beta}}{\cos^3 \beta} = 0$$



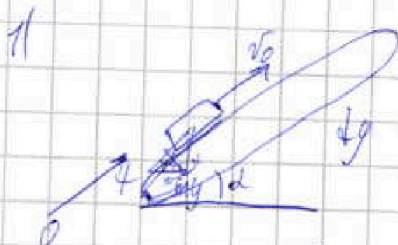
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$0,6^2 = 0,64$$

$$0,8^2 = 0,64$$

$$v = v_0 - \frac{mgsin\alpha + m\mu cos\alpha}{m} t \Rightarrow a = g(sin\alpha + \mu cos\alpha) = const$$

$$a = 10 \cdot t = 10 \frac{m}{s^2}$$

$$s = vt - \frac{at^2}{2} = 6 \cdot t - \frac{10(0,6 + \sqrt{1-0,6^2} \cdot 0,5) \cdot t^2}{2} =$$

$$= 6 - \frac{10(0,6 + 0,8 \cdot 0,5)}{2} = \frac{6(0,6 + 0,4)}{2}$$

Ответ:  $s = 1m$

$$= 6 - \frac{10 \cdot 1}{2} = 1m.$$

21. Вектор скорости в любой момент времени направлен по касательной к траектории.

$$v_u = v_0 - ut = 5 \frac{m}{c}$$

$$v_{u, t_1} = v_u - at = 5 - g \sin \alpha \cos \alpha t_1$$

В СД ускорения нет, поэтому в СД равен:

$$v_{u, t_1} = v_0 - ut - at = ut$$

$$6 - 1 = 10(0,6 + 0,8 \cdot 0,5)t$$

$$5 = 10t \Rightarrow t_1 = 0,5c$$

Ответ:  $t_1 = 0,5c$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3) Перелетим в СО транспортёра.

$$v_k = v_0 - u - at$$

Перелетим в СО земли

$$v_k = v_0 - u - at \quad u = 0$$

$$v_0 = at$$

$$6 = 10t \Rightarrow t = 0,60$$

Перелетим в СО транспортёра:

$$s_{\text{тран}} = (v_0 - u)t - \frac{at^2}{2}$$

Значит, для того, как  $v_k$  уране равно 0  
направление шара уране изменится.

$$t_{\text{уран}} v_k = 0 = T + at$$

$$\Delta t = \frac{u - a_2 t}{a} = 0$$

$$a_2 = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) =$$

$$= 10 \cdot (0,6 - 0,5 \cdot 0,8) = 10 \cdot 0,2 = 2$$

$$\Delta t = \frac{1}{2} = 0,50$$

$$t_{\text{уран}} = 0,5 + 0,5 = 1,0$$

$$s_{\text{общ}} = s_1 + s_2$$

$$s_1 = (v_0 - u)T - \frac{aT^2}{2}; \quad s_2 = u \Delta t - \frac{a_2 \Delta t^2}{2}$$

$$s_{\text{общ}} = 5 \cdot 0,5 - \frac{10 \cdot 0,5^2}{2} + 1 \cdot 0,5 - \frac{2 \cdot 0,5^2}{2} =$$

$$= 0,5 \cdot 6 - 5 \cdot 0,5^2 - 1 \cdot 0,5^2 = 0,5 \cdot 6 - 6 \cdot 0,5^2 = 0,5 \cdot 6(1 - 0,5)$$

$$= 0,5 \cdot 6 \cdot 0,5 = 0,25 \cdot 6 = 1,5 \text{ м. Ответ: } L = 1,5 \text{ м}$$

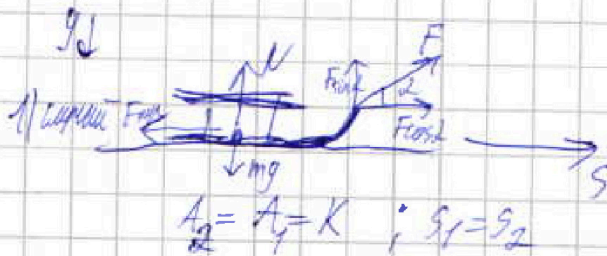


На одной странице можно оформлять только одну задачу.  
 Отметьте крестиком номер задачи,  
 решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
 страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

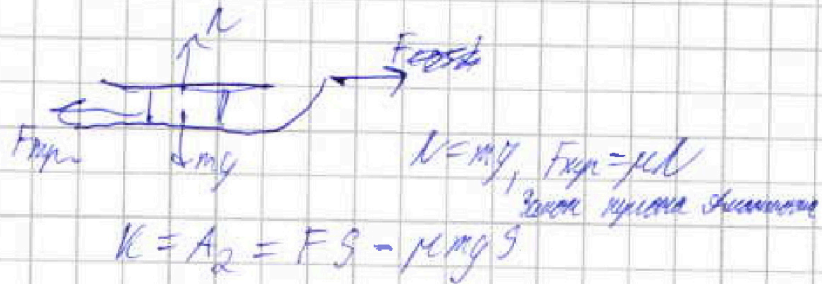


$$A = F_{\text{тр}} \cdot S$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N ; N = mg - F \sin \alpha \quad \text{3-я компонента}$$

$$K = A_1 = F \cos \alpha S - \mu (mg - F \sin \alpha) S$$

2) *снизу*



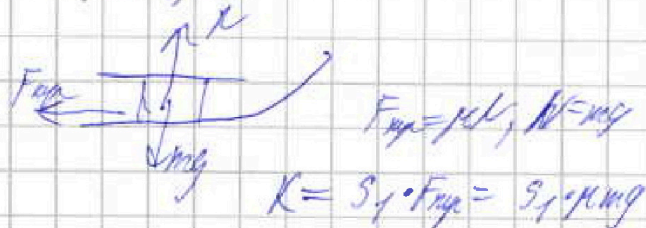
$$F S - \mu mg S = F \cos \alpha S - \mu (mg - F \sin \alpha) S$$

$$F - \mu mg = F \cos \alpha - \mu mg + F \sin \alpha \mu$$

$$F (1 - \cos \alpha) = F \sin \alpha \mu$$

Отсюда:  $\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$ ,  $\alpha \neq 0^\circ$

Тогда можно найти силу F, выражением  $\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$  или  
 другим способом:



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$S_1 \mu mg = K$$

$$S_1 = \frac{K}{\mu mg} = \frac{K \sin \alpha}{(1 - \cos \alpha) mg}$$

Ответ:  $S_1 = \frac{K \sin \alpha}{(1 - \cos \alpha) mg}, \alpha \neq 0^\circ$   
 ~~$\alpha \neq 90^\circ, \alpha \neq 0$~~





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1-2-3-1

$i=3$

$$13 - C_{\text{опт}} + = \text{const}$$

$$C = \frac{A + \alpha U}{\Delta T} = \frac{\frac{3}{2} \Delta R_{\Delta} T + \Sigma A}{\Delta T} = 2R$$

Для выбора режима  $\Delta A = \text{const}$

$$\frac{\Delta A}{\Delta T} = \text{const}$$

$$1,5R + \frac{\Sigma A}{\Delta T} = 2R \Rightarrow \Sigma A = \frac{1}{2} \Delta R_{\Delta} T$$

1-2  $C_{\text{опт}} +$

$\Delta A = \text{const}$   
на  $\Delta T$

$$C = \frac{\frac{3}{2} \Delta R_{\Delta} T + \Sigma A}{\Delta T} = 1,5R \Rightarrow \Sigma A = 0$$

1-2 - процесс  
ускоряющийся  
 $T \uparrow$

3-2

$$C = \frac{\frac{3}{2} \Delta R_{\Delta} T + \Sigma A}{\Delta T} \Rightarrow \Sigma A = -R \Delta T$$

$\Delta A = \text{const}$   
на  $\Delta T$   
3-2 процесс  
замедляющийся  
основное  
 $T \downarrow$

$$1) A_{13} = \frac{1}{2} \Delta R_{\Delta} T = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 0,31 \cdot (4T_1 - T_1) =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 0,31 \cdot 3T_1 =$$

$$= \frac{0,31 \cdot 3 \cdot 200}{2} = 0,31 \cdot 300 = 0,31 \cdot 3 = 2493 \text{ Дж}$$

Ответ:  $A_{13} = 2493 \text{ Дж}$

$$2) \eta = \frac{Q_{\text{н}} - Q_{\text{к}}}{Q_{\text{н}}} = \frac{A}{Q_{\text{н}}} = \tau \frac{Q_{\text{к}}}{Q_{\text{н}}}$$

Значит, что на участке 1-2 и 2-3 температура возрастает  
и  $\Delta A$  на каждой части  $C/R$  от  $T_1$   
 $> 0 \Rightarrow$  на участке  
1-2 и 2-3 возрастает

$A$  на участке 2-3 - температура убывает и т.д.  
у нас числа, что  $\Delta A = -R \Delta T \Rightarrow$  на 2-3 убывает количество

На одной странице можно оформлять только одну задачу.  
 Отметьте крестиком номер задачи,  
 решение которой представлено на странице:



- 1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
 страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



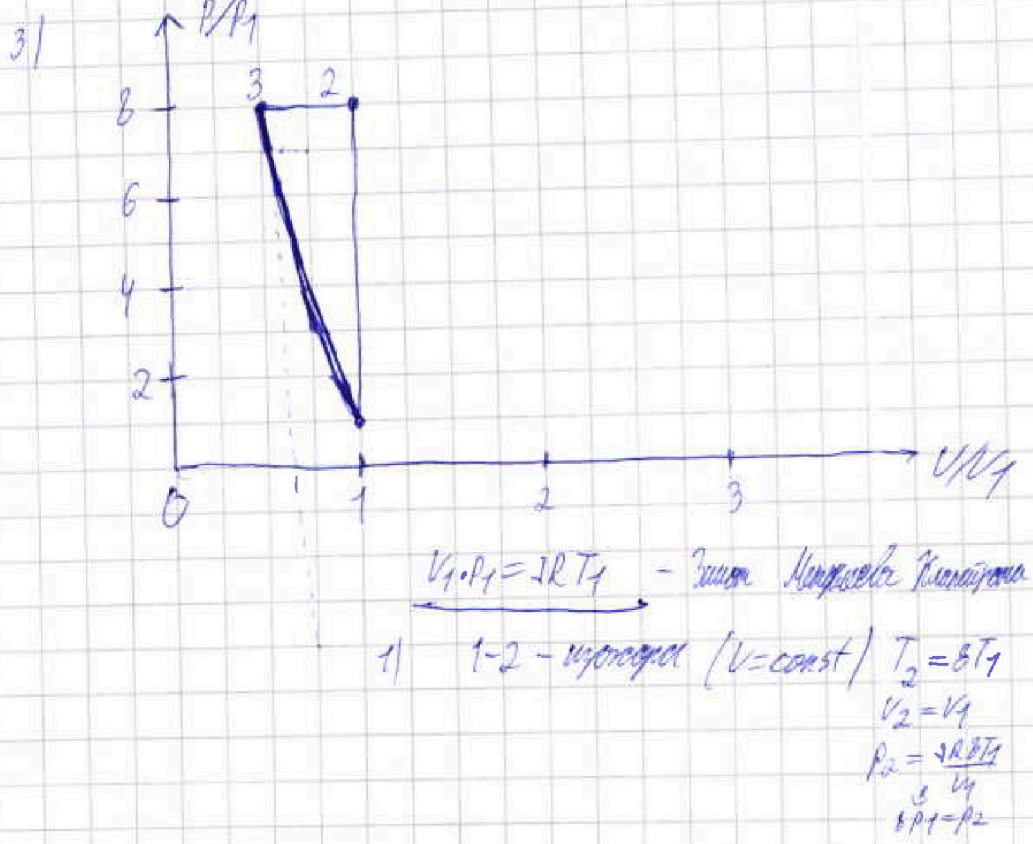
$$\eta = 1 - \frac{Q_{out}}{Q_{in}} = 1 - \frac{C_{p2} p_2 \Delta T_{23}}{C_{p1} p_1 \Delta T_{12} + C_{p2} p_2 \Delta T_{23}}$$

$$= 1 - \frac{0,5 \cdot 0,3 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^4}{2 \cdot 3 \cdot 10^3 + 0,5 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^4}$$

$$= 1 - \frac{2}{6 + 20} = 1 - \frac{2}{26} = \frac{24}{26} = \frac{12}{13}$$

$$\eta = \frac{16,5 - 2}{16,5} = \frac{14,5}{16,5} = \frac{29}{33}$$

Ответ:  $\eta = \frac{29}{33}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу.  
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 2) \quad \eta &= 1 - \frac{Q_c}{Q_n} = 1 - \frac{C_{31} \cdot 3T_1 + C_{23} \cdot 4T_1}{C_{12} \cdot 4T_1} = \\
 &= 1 - \frac{C_{31} \cdot 3 + C_{23} \cdot 4}{C_{12} \cdot 4} = \\
 &= 1 - \frac{2 \cdot 3 + 0,5 \cdot 4}{1,5 \cdot 4} = 1 - \frac{6+2}{10,5} = \frac{10,5-8}{10,5} = \\
 &= \frac{2,5}{10,5} = \frac{25}{105} = \frac{5}{21} \\
 \text{Ответ: } \eta &= \frac{5}{21}
 \end{aligned}$$

3) 23 - идеальное состояние.

$$T_3 = 4T_1$$

$$P_1 = P_3$$

$$v_{p1} \cdot v_1 = v_{p3} \cdot v_3$$

$$v_{p1} = v_3 \quad 4T_1 \cdot v_1$$

$$\frac{v_1}{v_3} = \frac{v_1}{2}$$

$$3) \quad \frac{\Delta A}{\Delta T} = -\frac{1}{2} v_1 = \text{const}$$

$$\underline{\Delta pV + p \Delta V = -\frac{1}{2} v_1 \Delta T}$$

~~измен~~ ~~бурда~~ ~~намерено~~  
касательная в точке:  
для того, чтобы не нарушить  
условие 3).

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$-\frac{1}{2} \Delta R \Delta F = \Delta A$$

~~$$-\Delta R \Delta F = \Delta A = \frac{1}{2} ((R \Delta F) + (\Delta R) F) = \Delta R F =$$~~

~~$$= -\frac{1}{2} (\Delta R F + R \Delta F)$$~~

Положим  $R \kappa = 0,174$

$$\Delta R T = p V$$

или  $\Delta p_i \neq$

~~$$0,174 = 0,174 = 1 R \Delta T$$~~

~~$$\Delta A = p_i \Delta V = -\frac{1}{2} (p_i \Delta V + V_i \Delta p_i) - \text{для процесса 3}$$~~

$$\frac{3}{2} p_i \Delta V = -\frac{1}{2} V_i \Delta p_i$$

$$\Delta V = -\frac{V_i}{3 p_i} \Delta p_i = \kappa$$

$$\Delta p = \frac{-3 p_i^2}{V_i} \Delta V$$

Положим  $\kappa_1 = \frac{-3 \cdot 0,8 p_1}{0,5 V_1} = -4,8 \frac{p_1}{V_1}$

$$\kappa_6 = \frac{-3 \cdot 3 p_1}{0,67 V_1} = -9 \frac{p_1}{0,67 V_1} = -14 \frac{p_1}{V_1}$$

$$\Delta V_6 = 0,065$$

$$\kappa_7 = \frac{-3 \cdot 2 p_1}{0,75 V_1} = -6 \frac{p_1}{0,75 V_1} = -8 \frac{p_1}{V_1}$$

$$\Delta V_7 = 0,096$$

Значения  $\kappa$  рассчитаны  
используя  
исходный  
фрагмент.

или более точно  $\Delta p$  с помощью  $p_1$

$$\kappa_2 = \frac{-3 \cdot 7 p_1}{(0,5 + \frac{1}{4}) V_1} = \frac{-21 p_1}{0,75 V_1} \approx -28 \frac{p_1}{V_1}$$

$$\Delta V_2 = \frac{+1}{4,2} V_1 \approx 0,238$$

$$\kappa_3 = \frac{-3 \cdot 6 p_1}{(0,5 + 0,25) V_1} = \frac{-18 p_1}{0,75 V_1} = -24 \frac{p_1}{V_1}$$

$$\Delta V_3 = \frac{1}{3,5} V_1 = 0,286$$

$$\kappa_4 = \frac{-3 \cdot 5 p_1}{(0,5 + 0,1) V_1} = \frac{-15 p_1}{0,6 V_1} = -25 \frac{p_1}{V_1}$$

$$\kappa_5 = \frac{-3 \cdot 4 p_1}{(0,58 + 0,04) V_1} = \frac{-12 p_1}{0,62 V_1} = -19,35 \frac{p_1}{V_1} \Rightarrow \Delta V_5 = 0,05$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.  
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

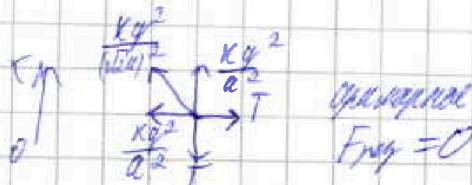
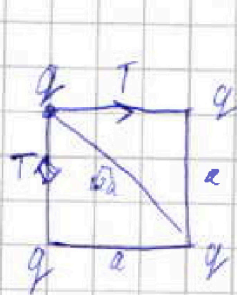
1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$F = \frac{kq_1q_2}{r^2}$  ил. аналогично, если сила взаимодействия  
векторной суммировать  
и касательная по кругу  
маршрут можно.

и  
Все заряды шариков  
электрически, что  
для нас, что не  
имеет значения.



$$T = \frac{kq^2}{a^2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{kq^2}{2a^2}$$

$$T = \frac{kq^2}{a^2} \left( 1 + \frac{\sqrt{2}}{4} \right) = \frac{kq^2}{a^2} \left( \frac{4 + \sqrt{2}}{4} \right)$$

$$q = \sqrt{\frac{4Ta^2}{k(4 + \sqrt{2})}}$$

$$1) |q| = 2a \sqrt{\frac{T}{(4 + \sqrt{2})k}}$$

2) Обобщенная ЗСЭ:

для шарика расположенного сверху

$$E_k = \frac{kq^2}{r} \quad ; \quad v = \alpha$$

$$E_{k1} = \frac{kq^2}{r} \cdot 2 + \frac{kq^2}{\sqrt{2}r}$$

$$E_{k2} = \frac{kq^2}{r} + \frac{kq^2}{2r} + \frac{kq^2}{3r}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$E_{K1} = E_{K2} + E_{K3}$$

$$\frac{Kq_1^2}{a} - \frac{Kq_1^2}{2a} + \frac{Kq_1^2}{\sqrt{2}a} = \frac{Kq_1^2}{a} + \frac{Kq_1^2}{2a} + \frac{Kq_1^2}{3a} + K$$

$$K = \frac{Kq_1^2}{a} \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) =$$

$$= \frac{Kq_1^2}{a} \left( \frac{6 - 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}} \right) =$$

$$= \frac{Kq_1^2}{a} \left( \frac{6 - 5\sqrt{2}}{6\sqrt{2}} \right)$$

$$K = \frac{Kq_1^2}{a} \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) =$$

$$= \frac{Kq_1^2}{a} \left( \frac{6\sqrt{2} + 6 - 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}} \right) =$$

$$= \frac{Kq_1^2}{a} \left( \frac{6\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 6}{6\sqrt{2}} \right) =$$

$$= \frac{Kq_1^2}{a} \left( \frac{\sqrt{2} + 6}{6\sqrt{2}} \right)$$

$$q_1^2 = \frac{4\pi a^2}{(4 + \sqrt{2})K}$$

Ищем:  $K = \frac{K \cdot 4\pi a^2}{a(4 + \sqrt{2})K} \left( \frac{\sqrt{2} + 6}{6\sqrt{2}} \right) =$

где берем  
из формулы

$$= \frac{\pi a (\sqrt{2} + 6) \cdot 2}{(4 + \sqrt{2}) \cdot 3\sqrt{2}}$$

т.е.  $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \Rightarrow q = \sqrt{\frac{4\pi a^2 \cdot 4\pi\epsilon_0}{(4 + \sqrt{2})}} = 4a \sqrt{\frac{\pi\epsilon_0}{4 + \sqrt{2}}}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Печать QR-кода недопустима!



3) Заметим, что  $\vec{m}_1$  и  $\vec{m}_2$  симметричны относительно оси  $Ox$  (вертикали), поэтому масса шариков (системы) будет сосредоточена на вертикали, и в момент, когда шарик будет на  $1$  градусе, величина  $\vec{m}_1$  будет перпендикулярна оси (вертикали).



Заметим, что  $\vec{m}_1$  и  $\vec{m}_2$  и направлены в одну сторону.

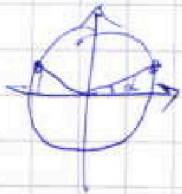
По  $\vec{m}_1 \cos$ :

$$x^2 = 2a^2 - 2a^2 \cos(180-2)$$

$$\cos(180-2) = -\cos 2$$

$$\Downarrow$$

$$x^2 = 2a^2(1 + \cos 2)$$



$\vec{m}$

Общая скорость будет на максимальном расстоянии.

$$F_{обш} = \frac{Kq^2}{a^2} 2 \left( \frac{Kq^2}{a^2} \sin 2 + \frac{Kq^2}{2a^2(1+\cos 2)} \sin \frac{2}{2} \right)$$

$$F_{обш} = 2 \left( \frac{Kq^2}{a^2} \right)$$

3) Заметим, что при вращении у системы есть мгновенная ось вращения. Полагая ее

$$\frac{m v_1^2}{2} = K_{вращ. шарика} = \frac{Ta(\sqrt{2}+6) \cdot 2}{(4+\sqrt{2}) \cdot 3\sqrt{2}}$$

$$\frac{m v_2^2}{2} K_{вращ. шарика} = \frac{Kq_1^2}{a} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} + 1 - 1 - \frac{1}{2} \right) = \frac{4Ta^2}{(4+\sqrt{2})Ka} \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{4Ta}{(4+\sqrt{2})} \left( \frac{\sqrt{2}-1}{2} \right) = \frac{2aT(\sqrt{2}-1)}{(4+\sqrt{2})}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$v_1^2 = a^2 R^2$$

$$v_2^2 = a^2 (R-a)^2$$

$$\frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{R^2}{(R-a)^2} = \frac{(\sqrt{2}+6) \cdot 2}{(4\sqrt{2}+3\sqrt{2})} = \frac{(\sqrt{2}+6)}{3\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}$$

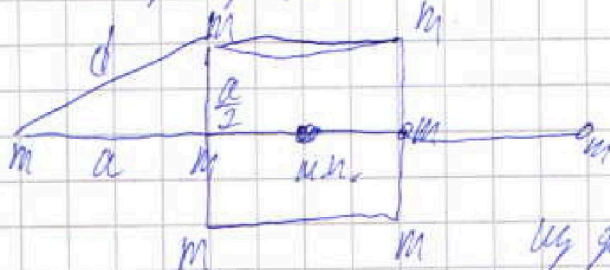
$$R^2 (6-3\sqrt{2}) = (R^2 - 2aR + a^2) (\sqrt{2}+6)$$

$$6R^2 - 3\sqrt{2}R^2 = \sqrt{2}R^2 + 6R^2 - 2\sqrt{2}aR + \sqrt{2}a^2 - 2aR + 6a^2$$

$$4\sqrt{2}R^2 - 2\sqrt{2}aR + \sqrt{2}a^2 - 2aR + 6a^2 = 0$$

Заметим, что расстояние от  $B$  до центра  $M$ :

из центра  $M$  к стороне  $AC$  не вычисляем:



Умножив  $4$  на  $BC$   
в  $AC$  и в  
сторону

из  $BMNC$   $BM$ ,  
можно найти  $d$

$d$  из  $BMNC$   $BM$

$$d^2 = a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2 + \frac{1}{4}a^2 = \frac{5}{4}a^2$$

Ответ:  $d = \frac{\sqrt{5}}{2} a$