МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω, хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB, если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=2-7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2-2x_1+y_2-y_1=12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система

$$\begin{cases} ax-y+10b=0, \\ \left((x+8)^2+y^2-1\right)\left(x^2+y^2-4\right) \leqslant 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B. Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответсвенно равны 4,5 и 2.

Пусть $a = k_1 \cdot 2^{x_1} \cdot 7^{y_1}$, $b = k_2 \cdot 2^{x_2} \cdot 7^{y_2}$, $c = k_3 \cdot 2^{x_3} \cdot 7^{y_3}$,

$k_1, k_2, k_3 \not\vdots\, 2$ и $\not\vdots\, 7$. Тогда:

$abc = k_1 k_2 k_3 \cdot 2^{x_1+x_2+x_3} \cdot 7^{y_1+y_2+y_3} \geq 2^{x_1+x_2+x_3} \cdot 7^{y_1+y_2+y_3}$

Теперь надо минимизировать $x_1+x_2+x_3$ и $y_1+y_2+y_3$. Из условия:

$$\begin{cases} x_1+x_2 \geq 14 \\ x_2+x_3 \geq 17 \\ x_3+x_1 \geq 20 \end{cases}$$

$\Rightarrow 2(x_1+x_2+x_3) \geq 14+17+20 = 51$

$x_1+x_2+x_3 \geq 25{,}5$

$x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{N} \Rightarrow x_1+x_2+x_3 \geq 26$.

Для $x_1 = 9$, $x_2 = 6$, $x_3 = 11$:

$9+6 \geq 14$

$6+11 \geq 17$

$9+11 \geq 20$

При этом сумма $= 26$, т.е. минимальна.

$$\begin{cases} y_1+y_2 \geq 10 \\ y_2+y_3 \geq 17 \\ y_3+y_1 \geq 37 \end{cases}$$

$\Rightarrow y_1+y_2+y_3 \geq y_3+y_1 \geq 37$

Для $y_1 = 15$, $y_2 = 0$, $y_3 = 22$:

$15+0 \geq 10$

$0+22 \geq 17$

$22+15 \geq 37$

При этом сумма $= 37$ т.е. минимальна

Ответ: $2^{20} \cdot 7^{37}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

НОД(c, d) = НОД$(c, d-kc)$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ НОД$(a+b, a^2-6ab+b^2)$ = НОД$(a+b, -8ab)$, т.к. $a^2-6ab+b^2 = (a+b)^2 - 8ab$

НОД$(c, -d)$ = НОД(c, d) $\Rightarrow$ НОД$(a+b, -8ab)$ = НОД$(a+b, 8ab) = m$

Если $m = m' \cdot d_a$, где $a \vdots d_a$ и $d_a \neq 1$, то $a+b \vdots m' d_a \Rightarrow$

$\Rightarrow a+b \vdots d_a \Rightarrow b \vdots d_a \Rightarrow$ НОД$(a, b) \geq d_a > 1$. Противоречие.

Аналогично, $m \neq m' \cdot d_b$. $\Rightarrow (m, a) = 1$ и $(m, b) = 1$.

$\Rightarrow m = (1; 2; 4; 8) \Rightarrow m \leq 8$. Пример для $m = 8$:

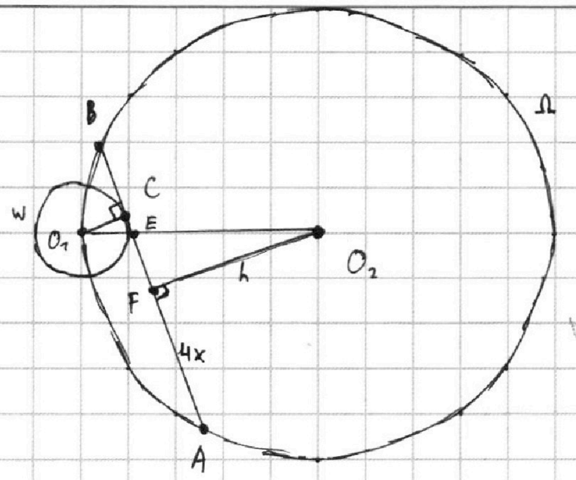
$$\frac{3+5}{3^2 - 6\cdot 3\cdot 5 + 5^2} = \frac{8}{9 - 90 + 25} = \frac{8}{-56} = \frac{1\cdot 8}{-7\cdot 8} = \frac{1}{-7}.$$

Ответ: 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть центр w — O_1, центр Ω — O_2; O_1O_2 пересекает AB в точке E. O_2F — перпендикуляр из точки O_2 на AB; $O_2F = h$.

$BO_2 = AO_2 = 5 \Rightarrow \triangle BO_2A$ — р./б. $\Rightarrow$
$\Rightarrow BF = AF$.

Пусть $AB = 8x$, тогда $BC = x$, $CF = 3x$, $AF = 4x$.

$CF \perp O_1C$ и $CF \perp O_2F$, $\Rightarrow$ по т. Пифагора $O_1O_2^2 = CF^2 + (O_1C + FO_2)^2$

$5^2 = (3x)^2 + (h+1)^2$

~~$x^2 = \frac{h^2+2h-24}{9}$~~

В $\triangle O_2FA$ по т. Пифагора $O_2F^2 + FA^2 = O_2A^2 \Rightarrow h^2 + (4x)^2 = 5^2$

~~$h^2 + 16 \cdot \frac{h^2+2h-24}{9} = 225$~~

~~$9h^2 + 16h^2 + 32h - 384 = 225$~~

~~$25h^2 + 32h - 609 = 0$~~

~~$D = 1024 + 60900 = 61924$~~

$$\begin{cases} (3x)^2 + (h+1)^2 = 25 \\ (4x)^2 + h^2 = 25 \end{cases}$$

$9x^2 + h^2 + 2h + 1 = 16x^2 + h^2$

$2h + 1 = 7x^2$

$h = \frac{7x^2 - 1}{2}$

$(4x)^2 + \left(\frac{7x^2-1}{2}\right)^2 = 25 \quad | \cdot 4$

$64x^2 + 49x^4 - 14x^2 + 1 = 100$

$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$

$(49x^2 + 99)(x^2 - 1) = 0$

$x_1 = -1$ ⊗ $\quad x_2 = 1$ ⊕

$AB = 8x = 8 \cdot 1 = 8$.

Ответ: 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$$

Заметим, что $\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1} > 0$, т.к. $2x^2+2x+1>0$.

Домножим обе части уравнения на эту сумму:

$$\sqrt{2x^2-5x+3}^2 - \sqrt{2x^2+2x+1}^2 = (2-7x)\left(\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}\right)$$

$$-7x+2 = (2-7x)\left(\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}\right)$$

Пусть $2x^2-5x+3 = a$,
$2x^2+2x+1 = b$.

$$(2-7x)(\sqrt{a}+\sqrt{b}-1)=0$$

1. $2-7x=0 \Rightarrow x = 3,5$

2. $\sqrt{a}+\sqrt{b} = 1$

$a+b+2\sqrt{ab} = 1$

$a+b-1 = -2\sqrt{ab}$

$a^2+b^2+1+2ab-2a-2b = 4ab$

$(a-b)^2 \cancel{\ldots} - 2(a+b)+1=0$

$(-7x+2)^2 - 2(4x^2-3x+4)+1=0$

$41\cancel{49}x^2-22x-3=0$

$D = 484+492 = 976 = (4\sqrt{61})^2$

$$x = \frac{22\pm4\sqrt{61}}{82}$$

ОДЗ: $2x^2-5x+3\geq0 \Rightarrow (x-1)(2x-3)\geq0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x\geq1,5 \\ x\leq1 \end{array}\right.$

$x_3 = \dfrac{22+4\sqrt{61}}{82} \overset{?}{<} 1$ $\qquad$ $x_2 = \dfrac{22-4\sqrt{61}}{82} < x_3 < 1.$

$22+4\sqrt{61} \overset{?}{<} 82$

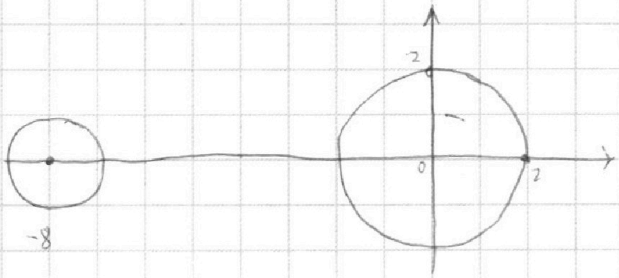
$4\sqrt{61} \overset{?}{<} 60$

$\sqrt{61} \overset{?}{<} 15$

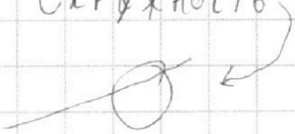
$61 < 225$ (+)

Ответ: $\dfrac{22-4\sqrt{61}}{82}$; $\dfrac{22+4\sqrt{61}}{82}$; $\dfrac{7}{2}$.

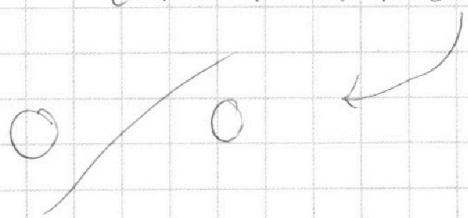
Построим графики множителей в уравнении:



Один из них ≥ 0, другой ≤ 0, $\Rightarrow$ один ~~внутри~~ будет заштрихован внутри окр., другой — снаружи. Чтобы было только 2 корня, график $y = ax + 10b$ должен быть общей касательной к окружностям, т.к. корни — это ~~объедине~~ пересечение 3-х графиков. Если ~~касательная~~ прямая пересечет окружность, то будет бесконечно много корней.

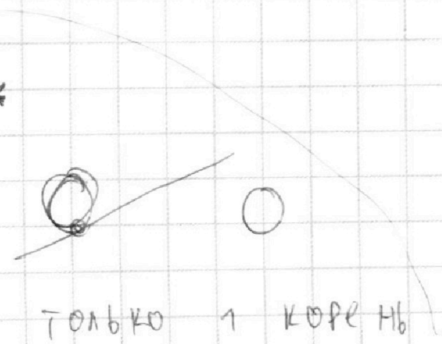


Если не пересечет, то корней не будет.*

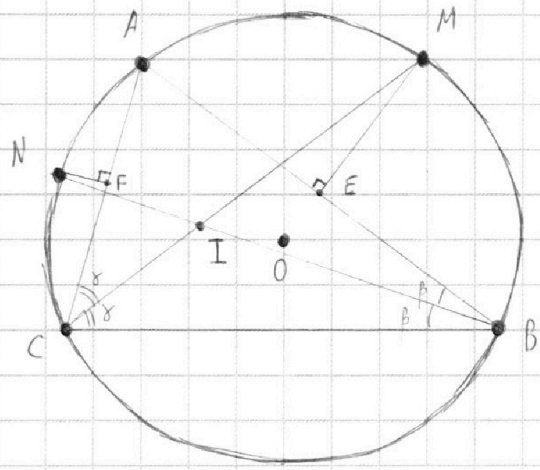


Осталось только посчитать ур-ния 4-х общих касательных и записать 4 значения a. Увы, мне не хватило времени.

*



только 1 корень



M и N — середины дуг, $\Rightarrow$

CM — биссектриса $\angle ACB$ и

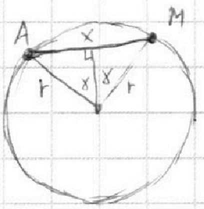
BN — биссектриса $\angle ABC$.

По усл., $ME = 4{,}5$ и $NF = 2$.

Пусть $AM = x$. Тогда из $\triangle AME$ $\sin\angle MAE = \frac{4{,}5}{x}$.

$\angle MAE = \frac{1}{2} \smile MB = \angle MCB = \gamma \Rightarrow \sin\gamma = \frac{4{,}5}{x}$.

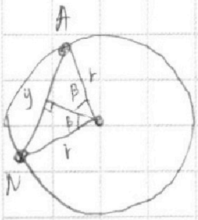
$\angle ACM = \frac{1}{2} \smile AM, \Rightarrow \angle AOM = 2\angle ACM = 2\gamma$.



~~$\sin\gamma$~~ Из рисунка, $\sin\gamma = \frac{0{,}5x}{r} = \frac{x}{2r}$.

$\frac{4{,}5}{x} = \frac{x}{2r} \Rightarrow x = 3\sqrt{r} \Rightarrow \sin\gamma = \frac{1{,}5}{\sqrt{r}}$.

Для угла β: Пусть $AN = y$. Из $\triangle ANF$ $\sin\beta = \frac{2}{y}$.



Из рисунка, $\sin\beta = \frac{0{,}5y}{r} = \frac{y}{2r}$

$\frac{2}{y} = \frac{y}{2r} \Rightarrow y = 2\sqrt{r} \Rightarrow \sin\beta = \frac{1}{\sqrt{r}}$

Осталось заметить равенство треугольников NAM и NIM: 1) $\angle ANM = \angle BNM$, т.к. $\smile AM = \smile MB$;

2) NM — общая; 3) $\angle AMN = \angle CMN$, т.к. $\smile AN = \smile NC$

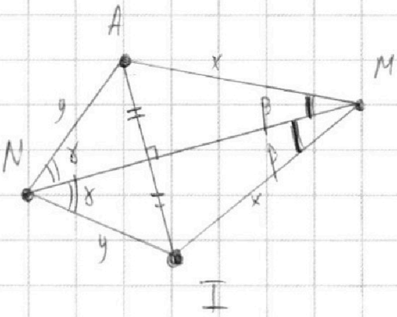
Также они симметричны отн. NM, $\Rightarrow AI \perp NM$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$AI = 2 \cdot x \cdot \sin\beta = 2 \cdot 3\sqrt{r} \cdot \frac{1}{\sqrt{r}} = 6.$

~~Ответ~~: ~~т.к. I —~~

т.к. I — пересечение биссектрисс, то это центр вписанной окружности, а AI и есть искомое расстояние.

Ответ: 6.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~Т.к. второе уравнение — неравенство, то, подставив в него $y = ax + 10b$, мы получим область значений x, т.е. их будет > 2. Такого не случится, если неравенство будет иметь вид $A^2 \leq 0$. Получается:~~

~~$(x+8)^2 + (ax+10b)^2 - 1 = x^2 + (ax+10b)^2 - 4$~~

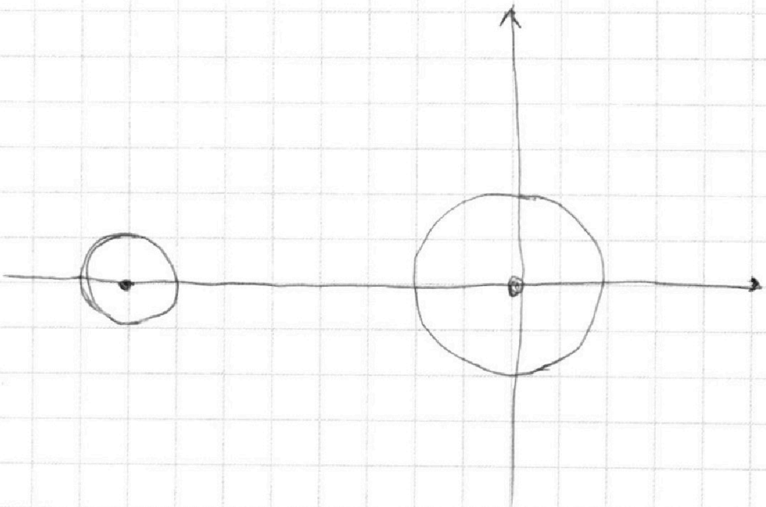
$D_1 = 16(5ab+4)^2 - 4(a^2+1)(100b^2+63) =$

$= 400a^2b^2 + 640ab + 256 - 4(100a^2b^2 + \cancel{252}\, 63 + 63a^2 + 100b^2) =$

$= 640ab + 256 - 252 - 252a^2 - 400b^2 = -4(63a^2 - 1 + 100b^2)$

$D_2 = 400a^2b^2 - \cancel{16}(a^2+1)(25b^2-1) = 400a^2b^2 - (400a^2b^2 + \cancel{25b^2}\, 400b^2 \overset{256}{\cancel{+16}}a^2 \overset{256}{-\cancel{16}})$

$= \cancel{4} - \cancel{4}(-256a^2 + 400b^2 - 256) = 16(16a^2 + 16 - 25b^2)$

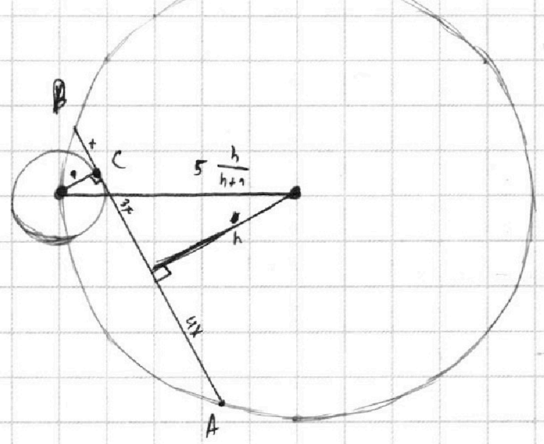


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$(h+1)^2$

$$\sqrt{r^2+r^2-2\cdot r\cdot r\cdot\cos\alpha} =$$

$$= r\sqrt{2(1-\cos\alpha)} < 8x$$

$$\cancel{2xh=5h}$$

$$k + hk = 5$$

$$k=\frac{5}{h+1}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times\ 16 \\ \hline 144 \\ 24 \\ 384 \end{array}$$

$$9x^2+h^2=25\frac{h^2}{h^2+2h+1}$$

$$4x=\frac{4}{3}\sqrt{\left(5\frac{h}{h+1}\right)^2-h^2}$$

$$\cancel{9x^2h^2+18x^2h+9x^2-24h^2=0}$$

$$\cancel{h^2+\frac{16}{9}\left(\left(5\frac{h}{h+1}\right)^2-h^2\right)=25} \quad \Big| \cdot 9(h+1)^2$$

$$\cancel{9h^2(h^2+2h+1)+16(25h^2-h^2(h^2+2h+1))=225(h^2+2h+1)}$$

$$\cancel{-7h^4-14h-7+175h^2}$$

$$2x^2-5x+3=2x^2-2x-3x+3=(2x-3)(x-1)\geq 0$$

$$2x^2+2x+1>0$$

1 1,5

$+ \quad - \quad +$

$$2x^2-5x+3-2x^2-2x-1=(2-7x)(\sqrt{\dots}+\sqrt{\dots})$$

$$(2-7x)(\sqrt{\dots}+\sqrt{\dots}-1)=0$$

1. $x=3,5$

$$x_b=\frac{-2}{2\cdot 2}=-\frac{1}{2}$$

2. $\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}=1$

$$\cancel{2\cdot\frac{1}{4}-1+1=\frac{1}{2}}$$

$$4x^2-3x+4-1=-2\sqrt{\dots}\cdot\sqrt{\dots}$$

$$(4x^2-3x+3)=-2\sqrt{(2x^2-5x+3)(2x^2+2x+1)}$$

$$a+b=-2\sqrt{ab}$$

$$a^2+b^2+2ab=4ab$$

$$a^2-2ab+b^2=0$$

$$(a-b)^2=0 \qquad a=b$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$2\Delta x + \Delta y = 12$

Δx	$\Delta y = 12 - 2\Delta x$
0	12
1	10
2	8
3	6
	4
	2
	0

$\sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$

$a + b - 1 = -2\sqrt{ab}$

$a^2 + b^2 + 1 + 2ab - 2a - 2b = 4ab$

$(a-b)^2 - 2(a+b) + 1 = 0$

$(2-7x)^2 - 2(4x^2 - 3x + 4) + 1 = 0$

$(49x^2 - 2\cdot 2\cdot 7x + 4) - 8x^2 + 6x - 8 + 1 = 0$

$41x^2 - 22x - 3 = 0$

$D = 22^2 + 4\cdot 3\cdot 41$

$22 \cdot 22 = 484$

$41 \cdot 12 = 492$

$492 + 484 = 976$

$976 : 16 = 61$

$\frac{22 - 4\sqrt{61}}{82} < 0$

$\frac{22 + 4\sqrt{61}}{82} > 1{,}5$

$22 + 4\sqrt{61} > 123$

$4\sqrt{61} > 101$

$\frac{22 + 4\sqrt{61}}{82} < 1$

$22 + 4\sqrt{61} < 82$

$4\sqrt{61} < 60$

$\sqrt{61} < 15$ +

$(4x)^2 + 4^2 = 5^2$

$(3x)^2 + (4+1)^2 = 5^2$

$49x^2(x^2-1) + 99(x^2-1) = 0$

$49x^4 - 49x^2 + 99x^2 - 99 = 0$

$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$

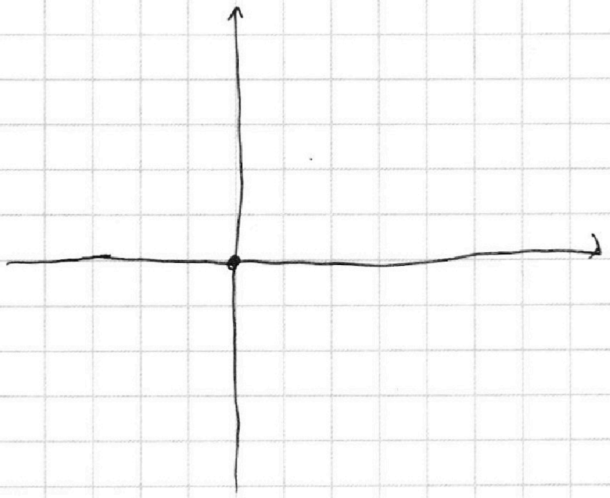
61924 | 2
30962 | 2
15481

61924 | 24

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

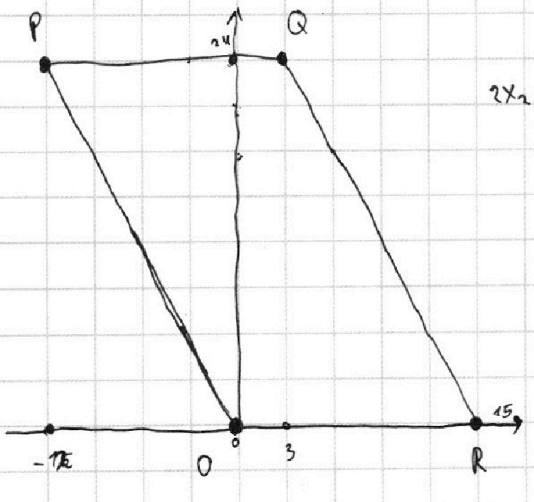
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$y = \alpha x + 10b$

$2\Delta x + \Delta y = \cancel{0}\ 12$



$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$

$y_2 = y_1 + 12 + 2(x_2 - x_1)$

$x_2 \geq x_1$

~~$\Delta x = 0$ 18~~
~~$\Delta x = 1$ 12~~
~~$\Delta x = 2$ 8~~
~~$\Delta x = 3$ 8~~
~~$\Delta x = 4$~~

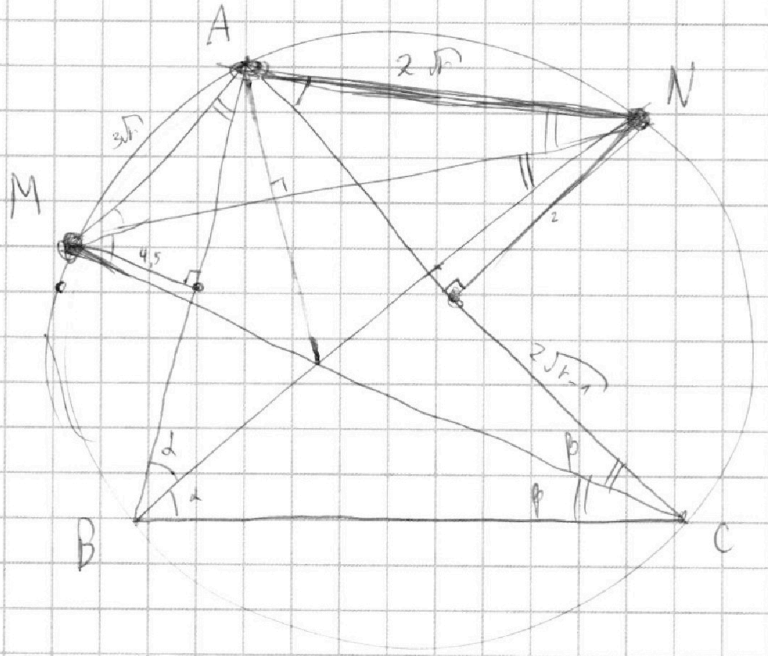
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

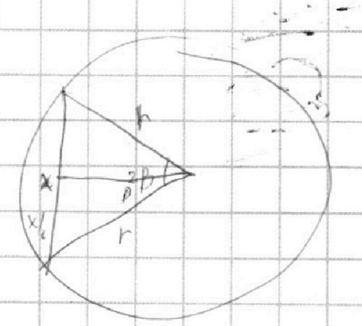
1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$a+b$ $\quad 8ab \quad (a;b)=1$





$\sin\beta = \frac{4,5}{x}$

$\cancel{x = \frac{4,5}{\sin\beta}}$

$\sin\beta = \frac{x}{2r}$ $\qquad \frac{x}{2r} = \frac{4,5}{x}$

$x^2 = 9r$ $\qquad x = 3\sqrt{r}$

$\sin\alpha = \frac{2}{y}$

$\sin\alpha = \frac{y}{2r}$ $\qquad \frac{2}{y} = \frac{y}{2r}$ $\qquad y^2 = 4r$ $\qquad y = 2\sqrt{r}$

$3\sqrt{r}\cdot\sin\alpha = 3$

6

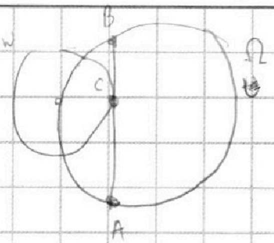
$\sin\beta = \frac{4,5}{3\sqrt{r}} = \frac{1,5}{\sqrt{r}}$

$\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{r}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

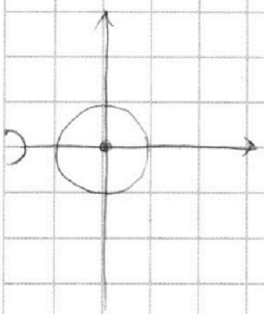


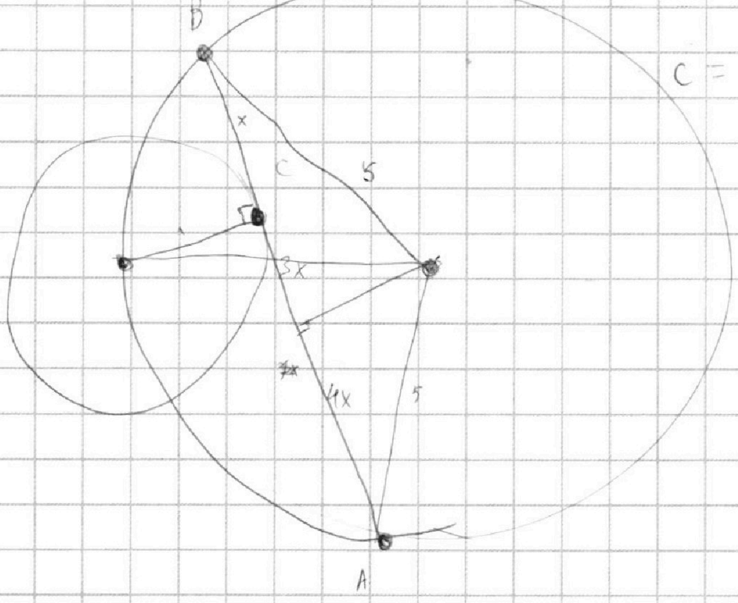
$a = 2^{9} \cdot 7^{15}$

$b = 2^{6} \cdot 7^{0}$

$c = 2^{11} \cdot 7^{22}$

$abc = 2^{26}\, 7^{37}$





$ab : 2^{14}\, 7^{10}$ $\quad a = 2^{x_1}\, 7^{y_1}\, k_1$ $\quad k_1 k_2\, 2^{x_1+x_2} \cdot 7^{y_1+y_2} : 2^{14}\, 7^{10}$

$bc : 2^{17}\, 7^{17}$ $\quad b = 2^{x_2} \cdot 7^{y_2} \cdot k_2$ $\quad k_2 k_3 \cdot 2^{x_2+x_3} \cdot 7^{y_2+y_3} : 2^{17}\, 7^{17}$

$c = 2^{x_3} \cdot 7^{y_3} \cdot k_3$ $\quad k_1 k_3 \cdot 2^{x_1+x_3} \cdot 7^{y_1+y_3} : 2^{20}\, 7^{37}$

$ac : 2^{20}\, 7^{37}$

$x_1 + x_2 \geq 14$ $\quad x_1 + x_2 \geq 14$ $\quad y_1 + y_2 \geq 10$

$26 - x_1 \geq 17 \quad x_1 \leq 9$ $\quad x_2 + x_3 \geq 17$ $\quad y_2 + y_3 \geq 17$

$26 - x_2 \geq 20 \quad x_2 \leq 6$ $\quad x_1 + x_3 \geq 20$ $\quad y_1 + y_3 \geq 37$

$x_1 + x_2 + x_3 = 26$ $\quad y_1 + y_2 + y_3 = 37$

~~$6+9 \geq 14$~~

~~$6+11 \geq 17$~~

$9+6 \geq 14$

$6+11 \geq 17$

$9+11 \geq 20$

$4x^2 - 3x + 4 - 2\sqrt{(2x^2-5x+3)(2x^2+2x+1)} = 49x^2 - 28x + 4$

~~$45x^2 + 25x = 2\sqrt{(2x^2-5x+3)(2x^2+2x+1)}$~~ 15

0

22

~~$y_1 + y_2 \geq 10$~~

~~$32 - y_1 \geq 17$~~

~~$32 - y_2 \geq 37$~~

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \qquad y = ax + 10b \\ \left((x+8)^2 + y^2 - 1\right)\left(x^2 + y^2 - 4\right) \leq 0 \end{cases}$$

$\left((x+8)^2 + y^2 - 1\right)\left(x^2 + y^2 - 4\right) = \left(x^2 + 16x + 64 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2 - 1\right)\left(x^2 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2 - 4\right) \leq 0$

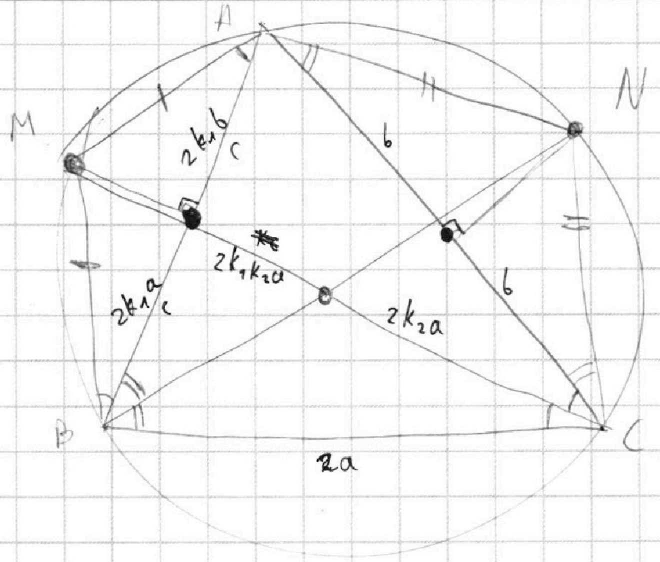
$\left((a^2+1)x^2 + 4(5ab+4)x + 100b^2 + 63\right)\left((a^2+1)x^2 + 20ab\,x + 4(25b^2-1)\right) \leq 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

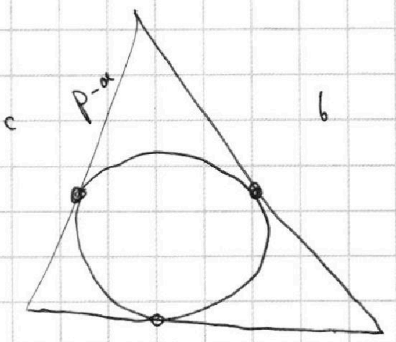
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

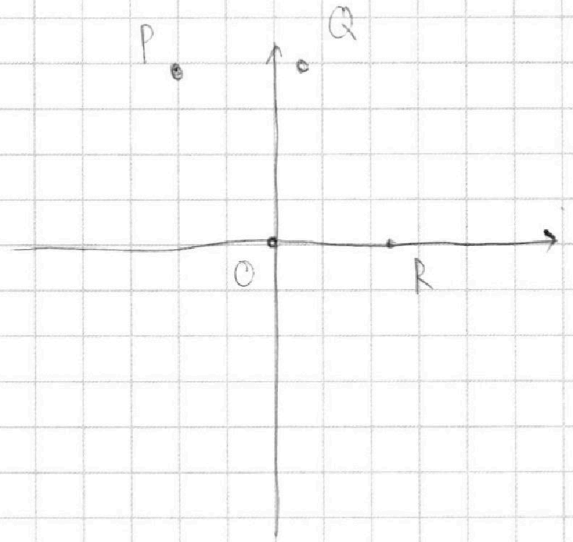
МФТИ

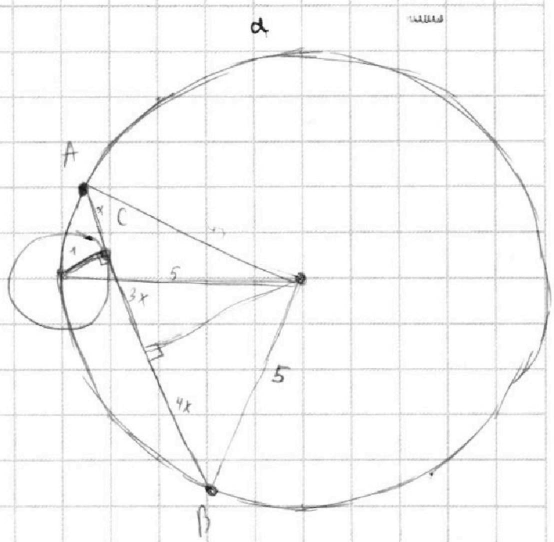


$ME = 4{,}5$

$NF = 2$







$A(x_1; y_1)$ $\quad 2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 12$

$B(x_2; y_2)$ $\quad 2x_2 + y_2 = 12 + 2x_1 + y_1$

$y_2 = 12 + 2x_1 - 2x_2 + y_1$

$\dfrac{a+b}{a^2-6ab+b^2} \quad - \quad \dfrac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$ $\quad$ НОД$(x,y) =$ НОД$(x, y \pm x)$

$\dfrac{a+b}{8ab} \qquad a+b \qquad 8ab$

$+34 - 90 = 56$