МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω, хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB, если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2-6x+2}-\sqrt{3x^2+3x+1}=1-9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2-2x_1+y_2-y_1=14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система

$$\begin{cases} ax+y-8b=0, \\ (x^2+y^2-1)\left(x^2+(y-12)^2-16\right) \leqslant 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B. Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответсвенно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Рассмотрим разложение a,b,c на простые мн-ли: пусть 2 входит в a в степени α_2; в b в β_2; а в c в степени γ_2. Аналогично с семёркой. Получаем:

$a = 2^{\alpha_2} 7^{\alpha_7} \cdot p_i^{\alpha_i} \cdot p_j^{\alpha_j} \ldots$ По условию: $\begin{cases} ab \vdots 2^{15} 7^{11} \\ bc \vdots 2^{17} 7^{18} \\ ac \vdots 2^{23} \cdot 7^{39} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_2+\beta_2 \geq 15 \\ \beta_2+\gamma_2 \geq 17 \\ \alpha_2+\gamma_2 \geq 23 \end{cases}$ (I); $\begin{cases} \alpha_7+\beta_7 \geq 11 \\ \beta_7+\gamma_7 \geq 18 \\ \alpha_7+\gamma_7 \geq 39 \end{cases}$ (II)

$b = 2^{\beta_2} 7^{\beta_7} \cdot p_i^{\beta_i} \cdot p_j^{\beta_j} \ldots$

$c = 2^{\gamma_2} \cdot 7^{\gamma_7} \cdot p_i^{\gamma_i} \cdot p_j^{\gamma_j} \ldots$

$(\alpha_n; \beta_n; \gamma_n \in \mathbb{Z}, \geq 0$, т.к. $a,b,c \in \mathbb{N})$ Пусть $ab = 2^{15} 7^{11} \cdot p$; $bc = 2^{17} 7^{18} \cdot q$; $ac = 2^{23} \cdot 7^{39} \cdot k$ $(p,q,k \in \mathbb{N})$

~~(I): Если~~ Рассмотрим $ab \cdot bc \cdot ac = a^2 b^2 c^2$:

$a^2b^2c^2 = 2^{17} \cdot 7^{18} \cdot q \cdot 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot p \cdot 2^{23} \cdot 7^{39} \cdot k = 2^{55} \cdot 7^{68} \cdot pqk$, тогда $abc = \sqrt{a^2b^2c^2}$

$abc = 7^{34} \cdot 2^{27} \cdot \sqrt{2pqk}$. Поскольку abc – натур. $\Rightarrow$ 2pqk – точный квадрат $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $pqk \vdots 2$ (в нечётной степени, т.е. хотя бы 1)

Из (II) системы получаем, что $\alpha_7+\gamma_7 \geq 39$, ~~отк~~ $\Rightarrow abc \vdots 7^{39} \Rightarrow \sqrt{2pqk} \vdots 7^5 \Rightarrow$

$\Rightarrow pqk \vdots 7^{10}$. Чтобы минимизировать abc, необходимо взять наименьшее pqk, удовл. условиям: $pqk = 2 \cdot 7^{10}$ для $\forall pqk < 2 \cdot 7^{10}$ не выполн. условие задачи.

Построим пример для $pqk = 2 \cdot 7^{10}$: $p = 2 \cdot 7^{10}$; $q = 1$; $k = 1$

Заметим, что по выведенной ранее формуле, abc зависит только от pqk, значит выбирая различные числа a,b,c, p,q,k с одинаковым значением $p \cdot q \cdot k$ – мы будем получать одинак. зн. abc.

Тогда $ab = 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot \underbrace{2 \cdot 7^{10}}$; $bc = 2^{17} \cdot 7^{18}$; $ac = 2^{23} \cdot 7^{39}$.

Это выполняется при $a = 2^{11} 7^{21}$; $b = 2^5$; $c = 2^{12} 7^{18}$, следовательно пример существует.

Таким образом минимальное значение $abc = 2^{11} \cdot 2^5 \cdot 2^{12} \cdot 7^{21} \cdot 7^{18} = 2^{28} 7^{39}$

Ответ: $2^{28} 7^{39}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

По условию НОД$(a;b)=1$. Рассмотрим $\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$:

$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-9ab}$. Целочисленную дробь ~~всегд~~ можно сократить тогда и только тогда, когда НОД числителя и знаменателя >1. Причём максимальное число на которое её можно сократить это и есть НОД. (По опред. НОДа)

Таким образом искомое $m = НОД(a+b;(a+b)^2-9ab) =$
$= НОД(a+b;\ 9ab)$ (т.к. $(a+b)^2 \vdots a+b$). Поскольку a и b - взаимнопросты, их произведение будет раскладываться на простые мн. a и b вместе взятые, в то время как сумма a и b не может делиться ни на одно из этих простых, т.к. для каждого простого из разложения ab: он входит в одно из слагаемых и не входит в другое $\Rightarrow$ сумма на него не делится. Мы получили, что НОД$(a+b;\ ab)=1 \Rightarrow$
$\Rightarrow НОД(a+b;9ab) = НОД(a+b;9) \leq 9 \Rightarrow m \leq 9$. Оценка сверху.

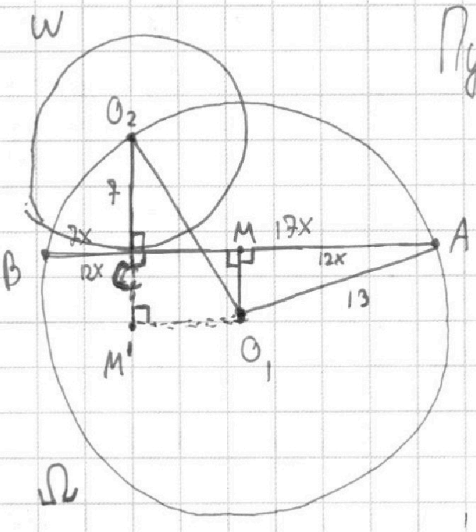
Пример: $a=1$; $b=8$: $\frac{1+8}{1-56+64} = \frac{9}{9}$ можно сократить на 9

Ответ: 9

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $AC = 17x$, тогда $BC = 7x$

$AB = AC + CB = 24x$

AB - хорда Ω, поэтому её центр O_1 лежит на сер.перпен к AB: $O_1M \perp AB$; $AM = MB = \frac{AB}{2}$

$AM = \frac{AB}{2} = 12x$

O_2 - центр ω: $O_2C \perp AB$.

Построим перпендикуляр из O_1 к продолж-ю O_2C.

$O_2M'O_1$ - прямоугольный тр.;

O_1MCM' - прямоугольник, т.к. $AB \perp MO_1$; $AB \perp O_2C$; $O_1M' \perp O_2C \Rightarrow O_1M' = MC$; $CM' = O_1M$. $MC = MB - BC = 12x - 7x = 5x$; Пусть $O_1M = y$, тогда по теор. Пифагора в $\Delta O_2M'O_1$: $(7+y)^2 + (5x)^2 = (O_1O_2)^2$; $O_1O_2 = 13$ (O_2 лежит на Ω)

$\Rightarrow 49 + 14y + y^2 + 25x^2 = 169 \Rightarrow y = \sqrt{169-25x^2} - 7$

По теор. Пифо в ΔO_1MA: $(12x)^2 + y^2 = 13^2$

$144x^2 + 169 - 25x^2 + 49 - 14\sqrt{169-25x^2} = 169 \Rightarrow 119x^2 + 49 = 14\sqrt{169-25x^2} \;|^2$

$14161x^4 + 11662x^2 + 9604 = 196 \cdot 169 - 196 \cdot 25x^2$

$14161x^4 + 16562x^2 - 23520 = 0$

] $t = x^2$: $14161t^2 + 16562t - 23520 = 0$

Решив это несложное биквадратное уравнение относительно x и умножив положит. корень на 24 мы и получим искомое AB

Ответ.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2-6x+2}-\sqrt{3x^2+3x+1}=1-9x$$

$$\sqrt{3(x-1)^2-1}-\sqrt{3(x-1)(x+2)+7}=1-9x$$

$$]\ t=x-1:\ \sqrt{3t^2-1}-\sqrt{3t(t+3)+7}=-9t-8 \quad \Big|\,^2$$

$$3t^2-1+3t^2+9t+7-2\sqrt{(3t^2-1)(3t(t+3)+7)}=81t^2+144t+64$$

$$-2\sqrt{(3t^2-1)(3t^2+9t+7)}=75t^2+135t+56$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим условие для пары точек: $2(x_2-x_1)+y_2-y_1=14$

Сумма расстояний точек одной пары ~~[illegible]~~ по y и удвоенного расстояния по x должна быть равна 14.

Зафиксируем одну из точек, например, $A(x_1;y_1)$ и посмотрим какие точки подходят ей. Пусть $A(0;0)$: $2x+y=14 \Rightarrow y=-2x+14$.

Это прямая с коэф. $a=-2$; и $b=14$. Заметим, что если мы передвинем точку A в другое место плоск-ти, расстояние до прямой подходящих точек останется тем же. Следовательно все искомые пары точек можно найти, двигая конструкцию из точки и прямой внутри параллелограмма. Заметим, что прямая (назовём её парной) паралл. сторонам параллелограмма PO и QR; т.к уравнения их прямых это $y=-2x$ и $y=-2x+32$.

~~Следовательно для любой точки и парной ей прямой внутри параллелограмма (и точка лежит внутри и прямая пересекает парал-лм)~~

Следовательно, если парная прямая точки пересекает парал-грамм, то количество точек на парной прямой будет равно кол-ву точек на стороне ▱. (параллелограмма)

(Понятно, что это выполняется только потому что ~~[illegible]~~ все точки имеют целые коор-ды.) Расстояние от точки до парной ей прямой равно 7 по оси Ox; таким образом парные прямые лежат внутри парал-грамма только для точек на расстоянии не меньше 7 от правой стороны. Всего таких точек рядов $(16-7+1)=10$, в каждом столько же, сколько точек на стороне ▱. На стороне ▱ всего 14 точек. Итого для каждой из $14\cdot10=140$ точек можно взять в пару 14 точек $\Rightarrow 140\cdot14=1960$ ~~точек~~ пар

Ответ: 1960

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax+y-8b=0 \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16)\leq 0 \end{cases}$$

Неравенство выполняется тогда и только тогда, когда один из множителей не отрицателен, а другой не положителен.

Рассмотрим каждый из множителей в уравнении с нулём:

$x^2+y^2-1=0 \Rightarrow x^2+y^2=1$ → уравнение окружности с центром $(0,0)$ и $R=1$

$x^2+(y-12)^2-16\leq 0 \Rightarrow x^2+(y-12)^2=16$ → ур. окр. с центром $(0;12)$ и $R=4$

В случае неравенства, выражение окружности >0 для любой точки вне окр. и <0 для любой точки внутри неё.

Таким образом исходное неравенство представляет собой множество точек, лежащих в одной окр. и не леж. в другой и наоборот. Поскольку окр. не пересекаются,

этому неравенству удовл. все точки внутри и на обеих окружностях.

Заметим, что пара параметров a и b может задать любую прямую на коорд.-ной плоскости: $y=-ax+8b$

В совокупности система означает, что выбранная прямая должна пересекать множество точек неравенства в двух точках. Прямая может пересечь окружность либо в одной, либо в ~~двух~~ бесконечном кол-во точек на промежутке сечения.
(в случае касания) (в случае сечения)

Следовательно, система имеет ровно 2 решения только тогда, когда прямая является общей касательной для двух окружностей. Всего таких касат.-ых 4: 2 внутр. и 2 внеш., при этом поскольку оба центра окр.-ей находятся на оси O_y, ~~внутр.~~ Внутренние касательные могут быть получены друг из друга сим. отн. O_y; также как и внешние.

Таким образом с помощью уравнения кас.-ой ~~[illegible]~~ Искомые значения параметра легко находятся.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

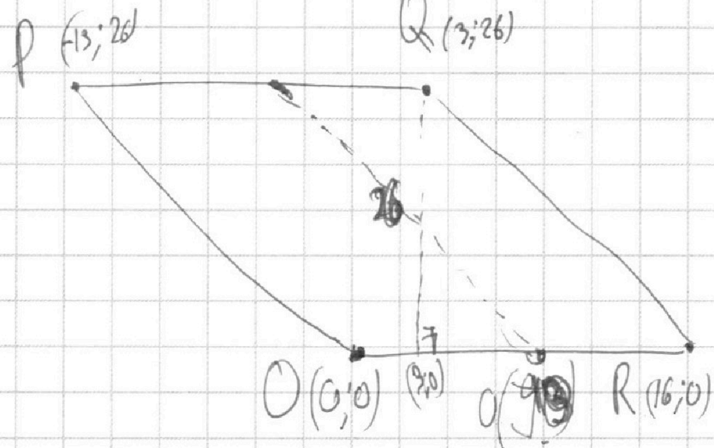
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

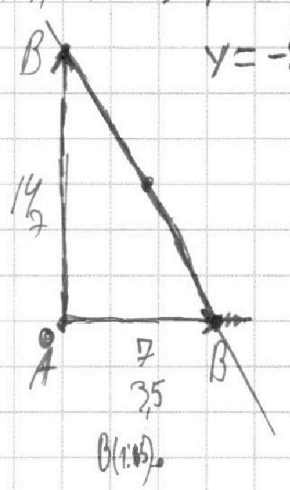
МФТИ

$2x_2-2x_1+y_2-y_1=14$ $\quad = 2(\cancel{x_2}-x_1)+\cancel{y_2}-y_1=14 \Rightarrow y=14-2x+2x_1+y_1$

$y=-2x+2x_1+y_1+14$

$2x_2-$

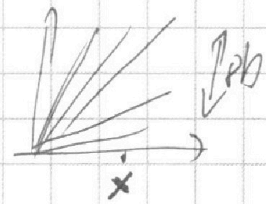




$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$

$a=0$

$y=8b$



$\begin{cases} ax+y-8b=0 \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16)\le 0 \end{cases}$

$y=-ax+8b$

$\begin{cases} y=-ax+8b \\ \left[\begin{array}{l} \{x^2+y^2-1\le 0;\ x^2+(y-16)^2-16\ge 0 \\ \{x^2+(y-12)^2-16\le 0;\ x^2+y^2-1\ge 0 \end{array}\right. \end{cases}$

$\cancel{x^2+(y-16)^2-16 > x^2+y^2-1}$

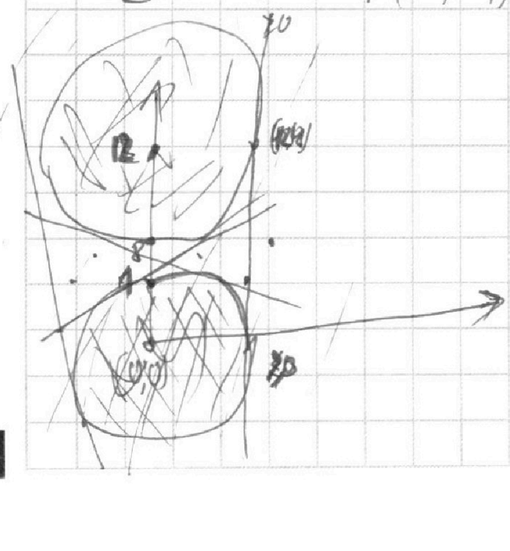
$\cancel{y^2-32y+256-16 > y^2-1}$

$\cancel{32y \le 241}$

$\begin{cases} x^2+y^2-1\le 0 \\ x^2+(y-16)^2-16\ge 0 \end{cases}$

196

241/32



$x^2+y^2\le 1$

$x^2+(y-16)^2\ge$

$x^2+y^2-1 \ldots \quad x^2+y^2=1$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$11662x^2+4900x^2$

$$\begin{array}{r} 196 \\ \times\ 25 \\ \hline 980 \\ +392 \\ \hline 4900 \\ +11662 \\ \hline 16562 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 196 \\ \times\ 169 \\ \hline 1764 \\ +1176 \\ 196 \\ \hline 33124 \\ -\ 9604 \\ \hline 23520 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

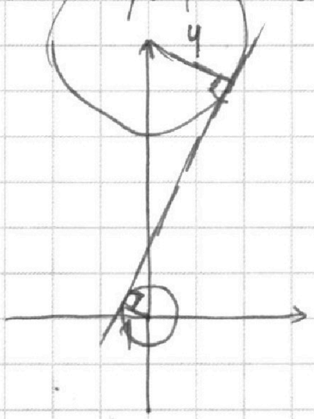
1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax+y-8b=0 \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16)\le 0 \end{cases}$$

$144 - 25 = 119$

Построим график ~~второго~~ неравенства: это две



$119 \times 119 = 14161$

$119 \times 98 = 11662$

$(100-2)^2 = 10000-400+4$

9604

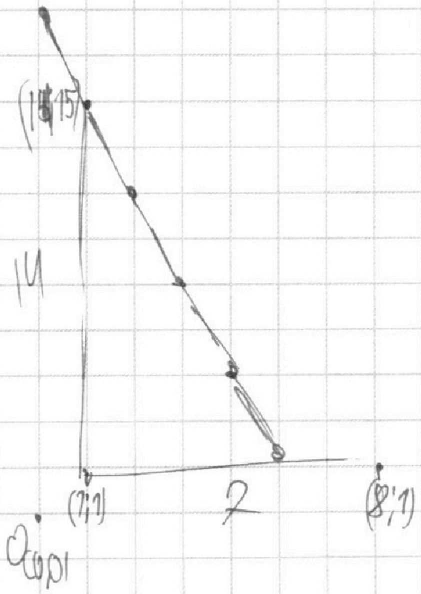
$x^2+y^2-1=$

$y=\sqrt{1-x^2}=ax+c=$

$1-x^2=a^2x^2+2ac+c^2$

$196 \times 25 = 980$

292



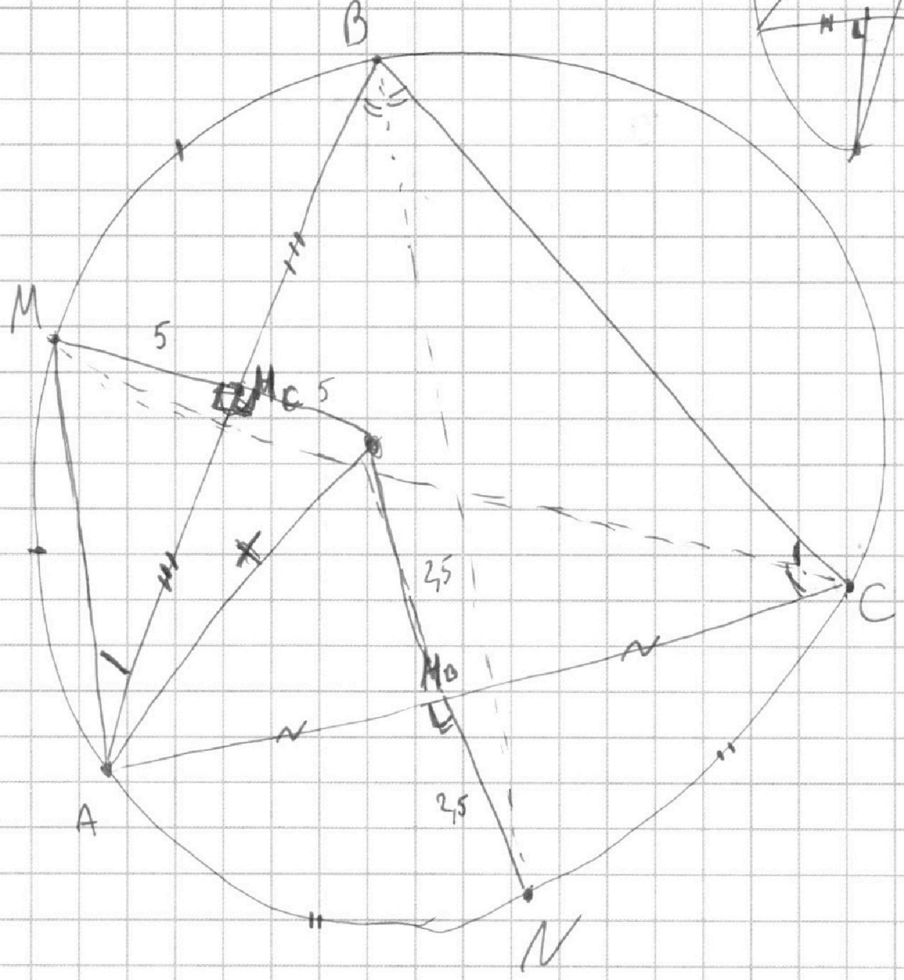
$O(0;0)$

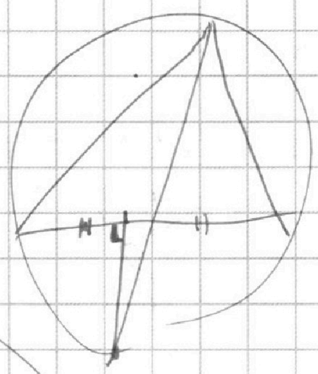
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

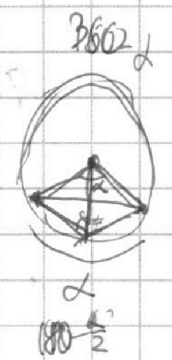
1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ







На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$ab \vdots 2^{15}7^{11} \Rightarrow ab = 2^{15}7^{11}\cdot k$
$bc \vdots 2^{17}7^{18} \Rightarrow bc = 2^{17}7^{18}\cdot n$
$ac \vdots 2^{23}7^{39} \Rightarrow ac = 2^{23}7^{39}\cdot m$

$a^2b^2c^2 = 2^{55}\cdot 7^{68}\cdot knm \Rightarrow abc = 7^{34}\sqrt{2^{55}\,knm}$

$knm = 2^{10}$

При $knm = 2$: abc — минимально; $abc = 7^{34}2^{28}$

$k=2 \Rightarrow ab = 2^{16}7^{11}$

$k=2;\ n{*}m=1$ $ab = 2^{16}7^{21}$ $bc = 2^{17}7^{18}$ $ac = 2^{23}7^{39}$

$a=2$ $b=2$ $c=2$

$\alpha+\beta=16$, $\beta+\gamma=17$, $\alpha+\gamma=23$ $\Rightarrow \beta = \frac{17+16-23}{2} = 5$, $\alpha = 11$, $\gamma = 12$

$\beta=5$ $\alpha=11$ $\gamma=13$

$\alpha+\beta = 21$, $\beta+\gamma = 18$, $\alpha+\gamma = 39$ $\Rightarrow \beta = 0$ $\alpha = 21$ $\gamma = 18$ $\Rightarrow ab$

$a = 2^{11}7^{21}$, $b = 2^{5}$, $c = 2^{12}7^{18}$

$abc = 2^{28}7^{39}$

$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-9ab}$

НОД$(a+b;\ (a+b)^2-9ab) =$
$=$ НОД$(a+b;\ 9ab) \to max. = m$

~~НОД$(a;b) = 1 =$ НОД$(a;$~~

$a = p_1^{\alpha_1}p_2^{\alpha_2}\cdot\ldots\cdot p_n^{\alpha_n}$

x^2+x-2
$D = 1+8 = 9 = 3^2$
$(x-1)(x+2)$

$\beta = p_k^{\beta_1}\cdot p_k^{\beta_2}\cdot\ldots\cdot p_m^{\beta_m}$

$9ab = 9\,p_1^{\alpha_1}p_k^{\beta_1}\cdot p_2^{\alpha_2}\cdot\ldots\cdot p_n^{\alpha_n}\cdot p_m^{\beta_m}$

* 2-ух вз. пр. чисел $\vdots$ ни каждый из дел. a и b; но их сумма — ни на один

9

$3+5 \to 15$ 8 $a+b=9$ $\frac{9}{5}$ $\frac{2}{7}$ $\frac{1}{8}$

$16-$

9 21 33 45 57 69 81

$\frac{9}{1-56+64} = \frac{9}{9}$

$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1} = 1-9x$

$\sqrt{(x^2+11)^2+C} - \sqrt{(x+11)^2+H} = 1-9x$

$D = 36-24 = 12 = 2\sqrt{3}$

$D = 9-12$ $\varnothing$

$\sqrt{3}\,x$ $4\sqrt{3}\,x$ $\sqrt{3}\,x$ $\sqrt{3(x-1)^2-1}$

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ ± 1

$3x^2+3x+1-7+7$
$9+72$

$\sqrt{3(x+2)(x-1)+7} =$

$\sqrt{3(x^2+x+1)-2}$
$\sqrt{3(x^2+x}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\sqrt{3(x-1)^2+1} - \sqrt{3(x-1)(x+2)+7} = 1-9x$

$\sqrt{2\cdot 5} - \sqrt{2\cdot 7} = \sqrt{2}(\sqrt{5}-\sqrt{7})$

$3(x-1)^2+1+3(x-1)(x+2)+7-2\sqrt{9(x-1)^3(x+2)-3(x-1)(x+2)+27(x-1)^2-7} = 1-18x+81x^2$

$t=x-1$

$3t^2+1+3t(t+3)+7-2\sqrt{9t^3(t+3)-3t(t+3)+27t^2-7} = (9t+8)^2$

$= 81t^2+144t+64$

$9(x-1)+8=9x-9+8=9x-1$

$6t^2+9t+8$

$9t^4+27t^3-3t^2-9t+21t^2-7$

$9t^4+27t^3+18t^2-9t-7$

$-2\sqrt{9(t^4+3t^3+2t^2-t)-7} = 75t^2+135t+56$

$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}$

$24x=\frac{507}{...}$

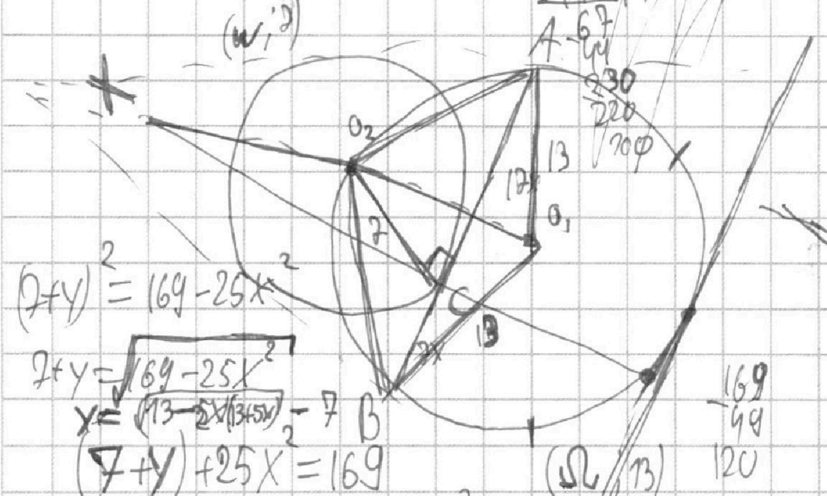
$y=\frac{14\pm\sqrt{676-100x^2}}{2}$

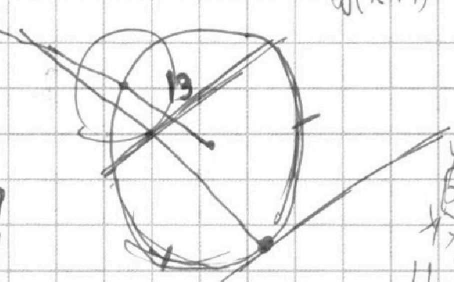
$D=196+480-100x^2$

$x^2=\frac{507}{44}\cdot 24$

$49+49x^2=\sqrt{49(x^2+1)}$

$7\sqrt{x^2+1}$





$(7+y)^2=169-25x^2$

$7+y=\sqrt{169-25x^2}$

$y=\sqrt{(13-5x)(13+5x)}-7$

$(7+y)^2+25x^2=169$

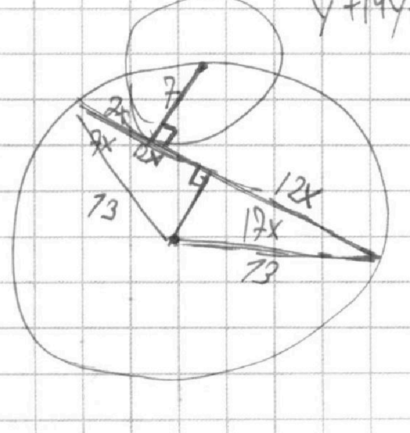
$y^2+14y+25x^2=120$

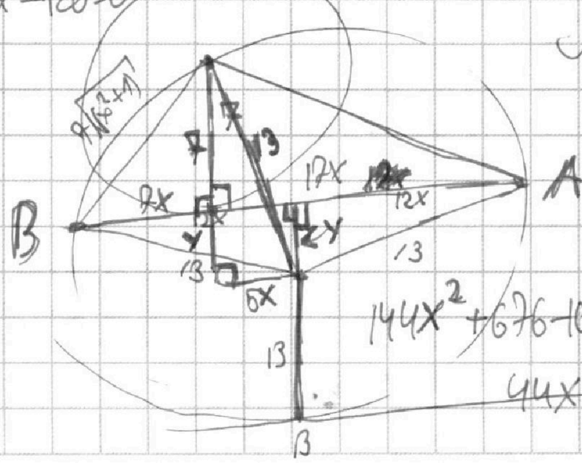
$y^2+14y+25x^2-120=0$

$169-49=120$

$17\cdot 17=289$

$\sqrt{289x^2+49}$





$676-169=507$

$144x^2+676-100x^2=169$

$44x^2=507$