МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь
$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$
При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω, хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB, если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение
$$\sqrt{3x^2-6x+2}-\sqrt{3x^2+3x+1}=1-9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2-2x_1+y_2-y_1=14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система
$$\begin{cases} ax+y-8b=0, \\ (x^2+y^2-1)\left(x^2+(y-12)^2-16\right) \leqslant 0 \end{cases}$$
имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B. Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответсвенно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим разложение a,b,c на простые мн-ли: пусть 2 входит в a в степени α_2; в b в β_2; а в c в степени γ_2. Аналогично с семёркой. Получаем:

$a=2^{\alpha_2}7^{\alpha_7}\cdot p_i^{\alpha_i}\cdot p_j^{\alpha_j}\ldots$ По условию: $\begin{cases} ab \vdots 2^{15}7^{11} \\ bc \vdots 2^{17}7^{18} \\ ac \vdots 2^{23}\cdot 7^{39}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\alpha_2+\beta_2\geq 15\\ \beta_2+\gamma_2\geq 17\\ \alpha_2+\gamma_2\geq 23\end{cases}$ (I); $\begin{cases}\alpha_7+\beta_7\geq 11\\ \beta_7+\gamma_7\geq 18\\ \alpha_7+\gamma_7\geq 39\end{cases}$ (II)

$b=2^{\beta_2}7^{\beta_7}\cdot p_i^{\beta_i}\cdot p_j^{\beta_j}\ldots$

$c=2^{\gamma_2}\cdot 7^{\gamma_7}\cdot p_i^{\gamma_i}\cdot p_j^{\gamma_j}\ldots$

($\alpha_n;\beta_n;\gamma_n\in\mathbb{Z};\geq 0$; т.к. $a,b,c\in\mathbb{N}$) Пусть $ab=2^{15}7^{11}\cdot p$; $bc=2^{17}7^{18}\cdot q$; $ac=2^{23}\cdot 7^{39}\cdot k$ ($p,q,k\in\mathbb{N}$)

~~I) Если~~ Рассмотрим $ab\cdot bc\cdot ac=a^2b^2c^2$:

$a^2b^2c^2=2^{17}\cdot 7^{18}\cdot q\cdot 2^{15}\cdot 7^{11}\cdot p\cdot 2^{23}\cdot 7^{39}\cdot k=2^{55}\cdot 7^{68}\cdot pqk$, тогда $abc=\sqrt{a^2b^2c^2}$

$abc=7^{34}\cdot 2^{27}\cdot\sqrt{2pqk}$. Поскольку abc – натур. $\Rightarrow$ 2pqk – точный квадрат $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ $\underline{pqk \vdots 2}$ (в нечётной степени, т.е. хотя бы 1)

Из (II) системы получаем, что $\alpha_7+\gamma_7\geq 39$, $\Rightarrow abc\vdots 7^{39}\Rightarrow\sqrt{2pqk}\vdots 7^5\Rightarrow$
$\Rightarrow\underline{pqk\vdots 7^{10}}$. Чтобы минимизировать abc, необходимо взять наименьшее pqk, удовл. условиям: $pqk=2\cdot 7^{10}$ для $\forall\, pqk<2\cdot 7^{10}$ не выполн. условие задачи.

Построим пример для $pqk=2\cdot 7^{10}$: $p=2\cdot 7^{10}$; $q=1$; $k=1$

Заметим, что по выведенной ранее формуле, abc зависит только от pqk, значит выбирая различные числа a,b,c, p,q,k с одинаковым значением $p\cdot q\cdot k$ – мы будем получать один. зн. abc.

Тогда $ab=2^{15}\cdot 7^{11}\cdot\underbrace{2\cdot 7^{10}}_{p}$; $bc=2^{17}\cdot 7^{18}$; $ac=2^{23}\cdot 7^{39}$.

Это выполняется при $a=2^{11}7^{21}$; $b=2^5$; $c=2^{12}7^{18}$, следовательно пример существует.

Таким образом минимальное значение $abc=2^{11}\cdot 2^5\cdot 2^{12}\cdot 7^{21}\cdot 7^{18}=2^{28}7^{39}$

Ответ: $2^{28}7^{39}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

По условию НОД$(a;b)=1$. Рассмотрим $\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$:

$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}=\frac{a+b}{(a+b)^2-9ab}$. Целочисленную дробь ~~всегд~~ можно сократить тогда и только тогда, когда НОД числителя и знаменателя >1. Причём максимальное число на которое её можно сократить это и есть НОД. (по опред. НОДа)

Таким образом искомое $m=$ НОД$(a+b;(a+b)^2-9ab)=$

$=$ НОД$(a+b;9ab)$ (т.к. $(a+b)^2 \vdots a+b$). Поскольку a и b — взаимнопросты, их произведение будет раскладываться на простые мн. a и b вместе взятые, в то время как сумма a и b не может делиться ни на одно из этих простых, т.к. для каждого простого из разложения ab: он входит в одно из слагаемых и не входит в другое $\Rightarrow$ сумма на него не делится. Мы получили, что НОД$(a+b;ab)=1$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ НОД$(a+b;9ab)=$ НОД$(a+b;9)\leq 9 \Rightarrow m\leq 9$. Оценка сверху.

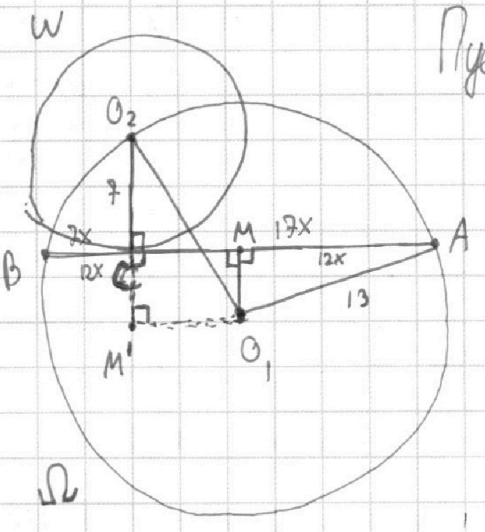
Пример: $a=1$; $b=8$: $\frac{1+8}{1-56+64}=\frac{9}{9}$ можно сократить на 9

Ответ: 9

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $AC = 17x$; тогда $BC = 7x$

$AB = AC + CB = 24x$

AB - хорда Ω, поэтому её центр O_1 лежит на сер.перп. к AB: $O_1M \perp AB$; $AM = MB = \frac{AB}{2}$

$AM = \frac{AB}{2} = 12x$

O_2 - центр ω: $O_2C \perp AB$.

Построим перпендикуляр из O_1 к продолж.-ю O_2C.

$\therefore$ $O_2M'O_1$ - прямоугольный тр.;

O_1MCM' - прямоугольник; т.к. $AB \perp MO_1$; $AB \perp O_2C$; $O_1M' \perp O_2C \Rightarrow O_1M' = MC$;

$CM' = O_1M$. $MC = MB - BC = 12x - 7x = 5x$; Пусть $O_1M = y$, тогда по теор.

Пифагора в $\Delta O_2M'O_1$: $(7+y)^2 + (5x)^2 = (O_1O_2)^2$; $O_1O_2 = 13$ (O_2 лежит на Ω)

$\Rightarrow 49 + 14y + y^2 + 25x^2 = 169 \Rightarrow y = \sqrt{169 - 25x^2} - 7$

По теор. Пифа в ΔO_1MA: $(12x)^2 + y^2 = 13^2$

$144x^2 + 169 - 25x^2 + 49 - 14\sqrt{169-25x^2} = 169 \Rightarrow 119x^2 + 49 = 14\sqrt{169-25x^2} \; |^2$

$14161x^4 + 11662x^2 + 9604 = 196 \cdot 169 - 196 \cdot 25x^2$

$14161x^4 + 16562x^2 - 23520 = 0$

Пусть $t = x^2$: $14161t^2 + 16562t - 23520 = 0$

Решив это несложное биквадратное уравнение относительно x и умножив положит. корень на 24 мы и получим искомое AB

Ответ.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\sqrt{3x^2-6x+2}-\sqrt{3x^2+3x+1}=1-9x$$

$$\sqrt{3(x-1)^2-1}-\sqrt{3(x-1)(x+2)+7}=1-9x$$

$$\exists\, t=x-1:\ \sqrt{3t^2-1}-\sqrt{3t(t+3)+7}=-9t-8 \quad \Big|\,^2$$

$$3t^2-1+3t^2+9t+7-2\sqrt{(3t^2-1)(3t(t+3)+7)}=81t^2+144t+64$$

$$-2\sqrt{(3t^2-1)(3t^2+9t+7)}=75t^2+135t+58$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Рассмотрим условие для пары точек: $2(x_2-x_1)+y_2-y_1=14$

Сумма расстояния точек одной пары ~~[illegible]~~ по Y и удвоенного расстояния по X должна быть равна 14.

Зафиксируем одну из точек, например, $A(x_1;y_1)$ и посмотрим какие точки подходят ей. Пусть $A(0;0)$: $2x+y=14 \Rightarrow y=-2x+14$.

Это прямая с коэф. $a=-2$; и $b=14$. Заметим, что если мы передвинем точку A в другое место паралл-ма, расстояние до прямой подходящих точек останется тем же. Следовательно все искомые пары точек можно найти, двигая конструкцию из точки и прямой внутри параллелограмма. Заметим, что прямая (назовём её парной) паралл. сторонам параллелограмма PO и QR, т.к. уравнения их прямых это $y=-2x$ и $y=-2x+32$.

~~Следовательно для любой точки и парной ей прямой внутри параллелограмма (и точка лежит внутри и прямая пересекает парал-мм)~~

Следовательно, если парная прямая точки пересекает парал-грамм, то количество точек на парной прямой будет равно кол-ву точек на стороне ▱ (паралл-мма).

(Понятно, что это выполняется только потому что ~~[illegible]~~ все точки имеют целые коор-ты.) Расстояние от точки до парной ей прямой равно 7 по оси O_x; таким образом парные прямые лежат внутри парал-грамма только для точек на расстоянии не меньше 7 от правой стороны. Всего рядов таких точек $(16-7+1)=10$, в каждом столько же, сколько точек на стороне ▱. На стороне ▱ всего 14 точек. Итого для каждой из $14\cdot10=140$ точек можно взять в пару 14 точек $\Rightarrow 140\cdot14=1960$ ~~точек~~ пар

Ответ: 1960

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax+y-8b=0 \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16)\le 0 \end{cases}$$

Неравенство выполняется тогда и только тогда, когда один из множителей не отрицателен, а другой не положителен.

Рассмотрим каждый из множителей в уравнении с нулём:

$x^2+y^2-1=0 \Rightarrow x^2+y^2=1$ → уравнение окружности с центром $(0,0)$ и $R=1$

$x^2+(y-12)^2-16 \le 0 \Rightarrow x^2+(y-12)^2=16$ → ур. окр. с центром $(0;12)$ и $R=4$

В случае неравенства, выражение окружности >0 для любой точки вне окр. и <0 для любой точки внутри неё.

Таким образом исходное неравенство представляет собой множество точек, лежащих в одной окр. и не леж. в другой и наоборот. Поскольку окр. не пересекаются, этому неравенству удовл. все точки внутри и на обеих окружностях.

Заметим, что пара параметров a и b может задать любую прямую на коорд.-ной плоскости: $y=-ax+8b$

В совокупности система означает, что выбранная прямая должна пересекать множество точек неравенства в двух точках. Прямая может пересечь окружность либо в одной, либо в ~~про~~ бесконечном кол-во точек на промежутке сечения.
(в случае касания) (в случае сечения)

Следовательно, система имеет ровно 2 решения только тогда, когда прямая является общей касательной для двух окружностей. Всего таких касат.-ых 4: 2 внутр. и 2 внешн., при этом поскольку оба центра окр-ей находятся на оси O_y, ~~внутр.~~ Внутренние касательные могут быть получены друг из друга сим. отн. O_y; также как и внешние.

Таким образом с помощью уравнения кас.-ой ~~...~~ Искомые значения параметра легко находятся.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

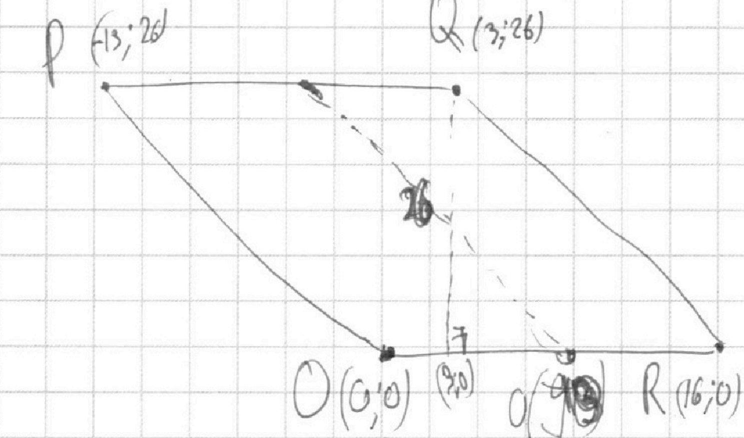
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

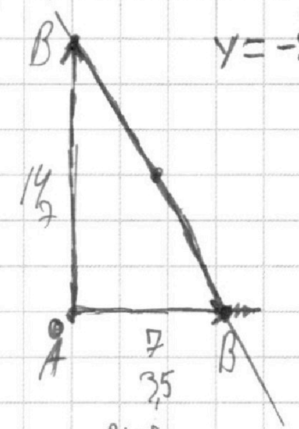
МФТИ

$2x_2-2x_1+y_2-y_1=14$ $\quad =2(\cancel{x_2}-x_1)+\cancel{y_2}-y_1=14 \Rightarrow y=14-2x+2x_1+y_1$

$y=-2x+2x_1+y_1+14$

$2x_2-$





B(1;16)

a=0

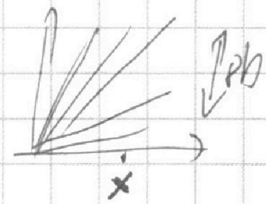
y=8b

3
16
$\times 16$
96
$+16$
256

$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$

(1;1)

19



$\begin{cases} ax+y-8b=0 \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16)\le 0 \end{cases}$ $\qquad y=-ax+8b$

$\begin{cases} y=-ax+8b \\ \left[\begin{array}{l} \{x^2+y^2-1\le 0;\ x^2+(y-16)^2-16\ge 0 \\ \{x^2+(y-12)^2-16\le 0;\ x^2+y^2-1\ge 0 \end{array}\right. \end{cases}$

$\cancel{x^2+(y-16)^2-16 > x^2+y^2-1}$

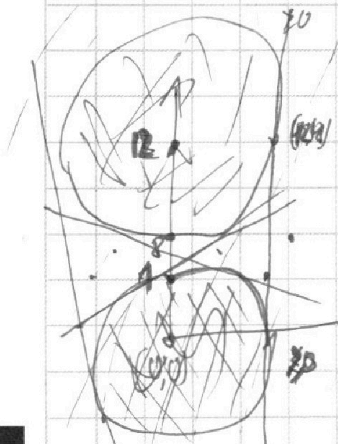
$\cancel{y^2-32y+256-16 > y^2-1}$

$32y \le 241$

$\begin{cases} x^2+y^2-1\le 0 \\ x^2+(y-16)^2-16\ge 0 \end{cases}$

196

241/32



$x^2+y^2\le 1$

$x^2+(y-16)^2\ge$

$x^2+y^2-1 \ldots \quad x^2+y^2=1$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$11662x^2+4900x^2$

$$\begin{array}{r} 196 \\ \times\ 25 \\ \hline 980 \\ +\ 392 \\ \hline 4900 \\ +\ 11662 \\ \hline 16562 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 196 \\ \times\ 169 \\ \hline 1764 \\ +\ 1176 \\ 196 \\ \hline 33124 \\ -\ 9604 \\ \hline 23520 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

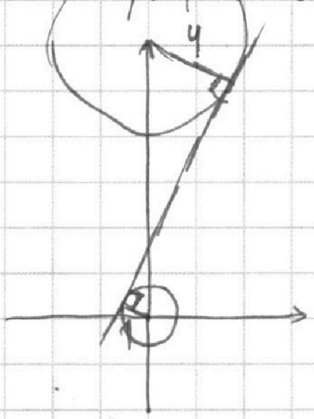
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax+y-8b=0 \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16)\le 0 \end{cases}$$

$$144-25=119$$

Построим график ~~второго~~ неравенства: это две



$$119 \times 119 = 14161$$

$$119 \times 98 = 11662$$

$$(100-2)^2=10000-400+4$$

$$9604$$

$$x^2+y^2-1=$$

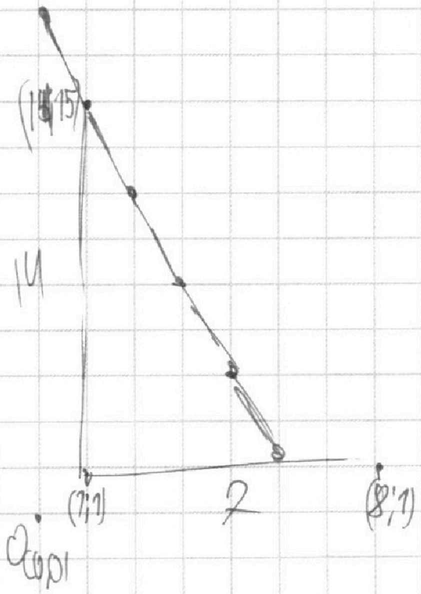
$$y=\sqrt{1-x^2}=ax+c=$$

$$1-x^2=a^2x^2+2ac+c^2$$

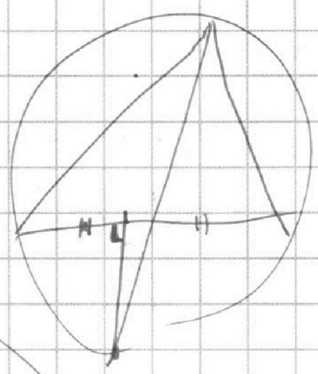
$$196 \times 25$$

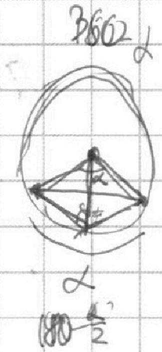
$$980$$

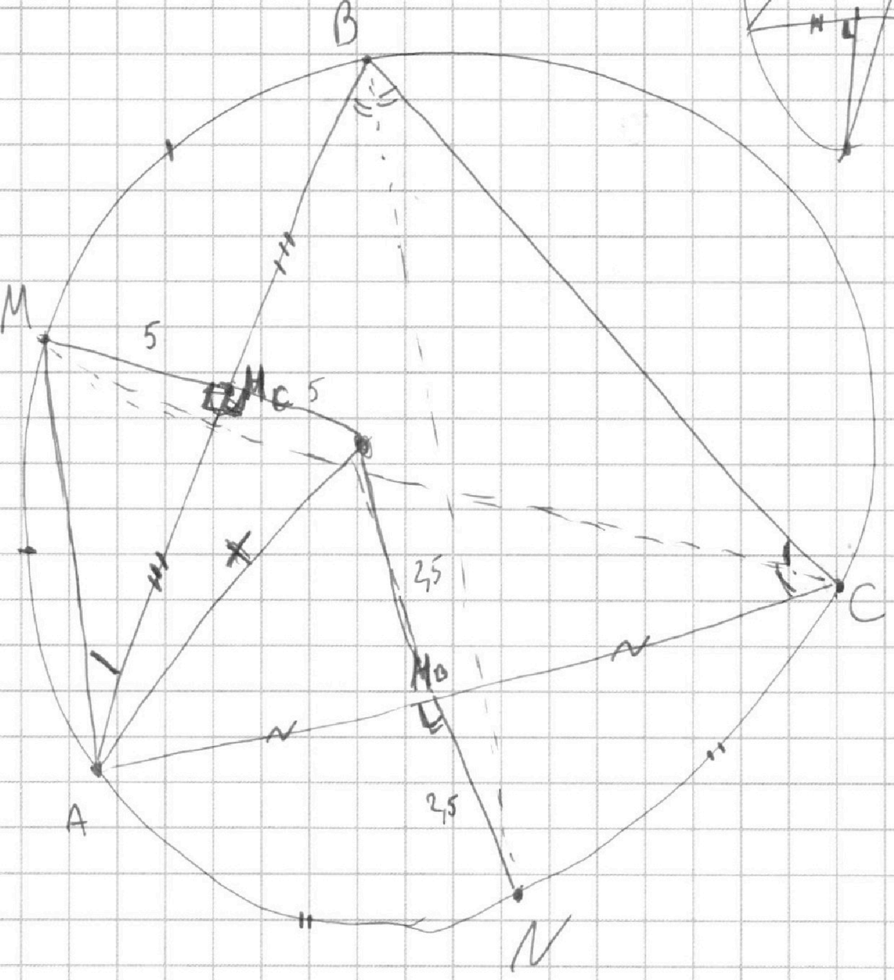
$$292$$



$(0;c)$






B
M
5
Mc
5
2,5
Mb
2,5
A
C
N

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$ab \vdots 2^{15}7^{11} \Rightarrow ab = 2^{15}7^{11} \cdot k$,
$bc \vdots 2^{17}7^{18} \Rightarrow bc = 2^{17}7^{18} \cdot n$
$ac \vdots 2^{23}7^{39} \Rightarrow ac = 2^{23}7^{39} \cdot m$

$a^2b^2c^2 = 2^{55} \cdot 7^{68} \cdot knm \Rightarrow abc = 7^{34}\sqrt{2^{55}\,knm}$, $knm \vdots 2^{2q+1}$

$knm = 2^{10}$

При $knm = 2$: abc – минимально; $abc = 7^{34}2^{28}$

$k=2 \Rightarrow ab = 2^{16}7^{11}$

$k=2$; $n*m=1$ $ab = 2^{16}7^{21}$ $bc = 2^{17}7^{18}$ $ac = 2^{23}7^{39}$

$a=2$ $b=2$ $c=2$

$\alpha+\beta=15$, $\beta+\gamma=17$, $\alpha+\gamma=23$ $\Rightarrow$ $\beta = \frac{17+15-23}{2} = 5$, $\alpha = 11$, $\gamma = 12$

$\beta=5$ $\alpha=11$ $\gamma=13$

$\alpha+\beta=21$, $\beta+\gamma=18$, $\alpha+\gamma=39$ $\Rightarrow \beta=0$ $\alpha=27$ $\gamma=18 \Rightarrow ab$

$a = 2^{11}7^{21}$, $b = 2^{5}$, $c = 2^{12}7^{18}$

$abc = 2^{28}7^{39}$

$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-9ab}$

НОД$(a+b; (a+b)^2-9ab)$ =

= НОД$(a+b; 9ab) \to max = m$

$a = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot p_n^{\alpha_n}$

x^2+x-2, $D = 1+8 = 9 = 3^2$, $(x-1)(x+2)$

~~НОД$(a;b) = 1 =$ НОД$(a$; ...~~

$\beta = p_k^{\beta_1} \cdot p_k^{\beta_2} \cdot \ldots \cdot p_m^{\beta_m}$

* 2-ух вз. пр. чисел : ни каждый из дел. a и b; но их сумма – ни один

$9ab = 9\, p_1^{\alpha_1} p_k^{\beta_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot p_n^{\alpha_n} \cdot p_m^{\beta_m}$

$3+5 \to 15$, 8 $a+b=9$ $\frac{9}{5}$ $\frac{2}{7}$ $\frac{1}{8}$

$\frac{9}{16-}$

9, 21, 33, 45, 57, 69, 81

$\frac{9}{1-56+64} = \frac{9}{9}$

$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1} = 1-9x$

$\sqrt{(x^2+\,)^2+C} - \sqrt{(x+\,)^2+H} = 1-9x$

$D = 36-24 = 12 = 2\sqrt{3}$

$D = 9-12$ $\varnothing$

$\sqrt{3}x$ $4\sqrt{3}x$ $\sqrt{3}x$ $\sqrt{3(x-1)^2-1}$

$\frac{\sqrt{3}}{2}$

$3x^2+3x+1-7+7$

$9+72$

± 1

$\sqrt{3(x+2)(x-1)+7} =$

$\sqrt{3(x^2+x+1)-2}$

$\sqrt{3(x^2+x}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{3(x-1)^2+7} - \sqrt{3(x-1)(x+2)+7} = 1-9x$

$\sqrt{2\cdot 5} - \sqrt{2\cdot 7} = \sqrt{2}(\sqrt{5}-\sqrt{7})$

$\cancel{\sqrt{3(x-1)}}$ $3(x-1)^2+7+3(x-1)(x+2)+7-2\sqrt{9(x-1)^3(x+2)-3(x-1)(x+2)+28(x-1)^2-7} = 1-18x+81x^2$

$t=x-1$ $3t^2+1+3t(t+3)+7-2\sqrt{9t^3(t+3)-3t(t+3)+27t^2-7} = (9t+8)^2$

$= 81t^2+144t+64$

$9(x-1)+8=9x-9+8=9x-1$

$6t^2+9t+8$

$9t^4+27t^3-3t^2-9t+21t^2-7$

$9t^4+27t^3+18t^2-9t-7$

$-2\sqrt{9(t^4+3t^3+2t^2-t)-7} = 75t^2+135t+56$

15·5 7·8

$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}$

$24x=\frac{507}{}$

$\sqrt{3}$

$y=\frac{14\pm\sqrt{676-100x^2}}{2}$

$507 \,|\, 44$, -44, 115, 67, 44, 230, 220, 10 $24x$

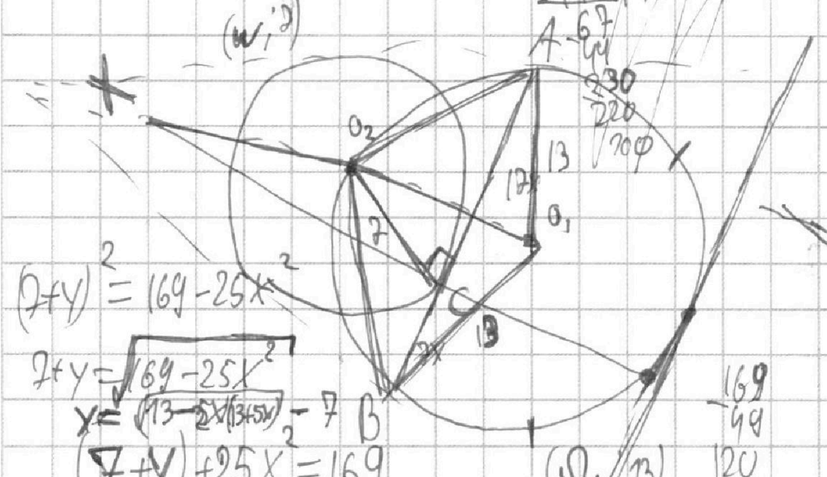
$D=196+480-100x^2$

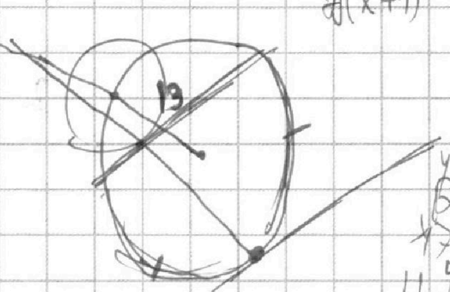
$x=\sqrt{\frac{507}{44}}\cdot 24$

14, 44, +56, 14, 196

$49+49x^2=\sqrt{49(x^2+1)}$

$7\sqrt{(x^2+1)}$





$(7+y)^2=169-25x^2$

$7+y=\sqrt{169-25x^2}$

$y=\sqrt{(13-5x)(13+5x)}-7$

$(7+y)^2+25x^2=169$

$y^2+14y+25x^2=120$

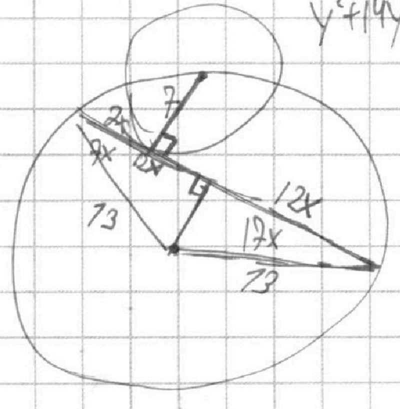
$y^2+14y+25x^2-120=0$

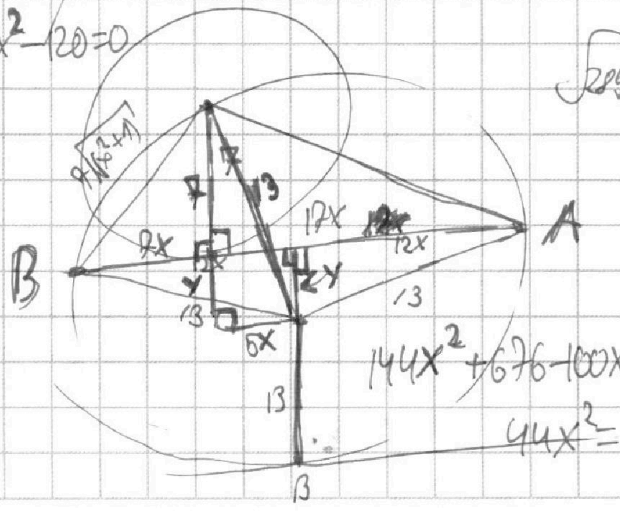
$169-49=120$

49+

$17\cdot 17=289$

$\sqrt{289x^2+49}$





$676-169=507$

$144x^2+676-100x^2=169$

$44x^2=507$