МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω, хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB, если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=2-7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2-2x_1+y_2-y_1=12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система

$$\begin{cases} ax-y+10b=0, \\ \left((x+8)^2+y^2-1\right)\left(x^2+y^2-4\right) \leqslant 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B. Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответсвенно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1. Заметим, что ab^2c кратно $2^{31} \cdot 7^{27}$, при этом $ac = 2^{20} \cdot 7^{57}$,

а $a^2b^2c^2 = (abc)^2$ кратно $2^{51} \cdot 7^{64}$.

Пусть $ab = 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot m$; $bc = 2^{17} \cdot 7^{17} \cdot k$; $ac = 2^{20} \cdot 7^{57} \cdot n$; $m, k, n \in \mathbb{N}$.

Тогда $ab^2c = 2^{31} \cdot 7^{27} \cdot mn$. При этом минимальное значение

$mn = 7^{10} \cdot 2$. Если $mn < 7^{10}$, $ac > ab^2c$, однако $b \in \mathbb{N}$. Если

$mn \not\vdots 2$, то $b^2 \vdots 2^{11}$ и $\not\vdots 2^{12} \Rightarrow b$ - не натурально.

При $mn = 7^{10} \cdot 2$, $k = 1$ $(abc)^2 = 2^{51} \cdot 7^{64} \cdot mnk = 2^{52} \cdot 7^{74}$.

Отсюда $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$ - минимальное значение

Оно возможно при $a = 2^{8} \cdot 7^{10}$, $c = 2^{12} \cdot 7^{27}$, $b = 2^{6}$.

Ответ: $2^{26} \cdot 7^{37}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2. Дробь $\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$ можно представить в виде $\frac{a+b}{a^2+2ab+b^2-8ab}$ или $\frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$ (1)

Если дробь (1) сократима то сократима и обратная ей дробь $\frac{(a+b)^2-8ab}{a+b}$ (2), которую можно представить в виде $a+b-\frac{8ab}{a+b}$, при этом числитель и знаменатель дроби $\frac{8ab}{a+b}$ тоже можно сократить на m, иначе либо $a+b$ не кратно m, тогда числитель дроби (2) нельзя сократить на m, либо $8ab$ не кратно m, тогда знаменатель не кратен m, либо оба не кратны m, тогда числитель дроби (1) тоже не кратен m.

Рассмотрим наибольшее возможное значение $m = НОД(8ab; a+b)$.

Т.к. $\frac{a}{b}$ несократима, $НОД(a,b)=1$, значит $НОД(a+b; a)=1$ и $НОД(a+b; b)=1 \Rightarrow НОД(a+b, ab)=1$. Таким образом, максимальное m достигается, если $a+b \vdots 8$, и оно равно 8.

Ответ. 8.

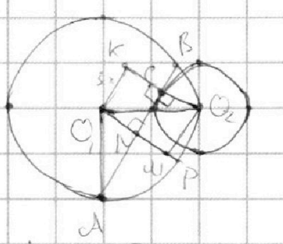
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3. Проведём серединный перпендикуляр O_1N к AB ~~равный O_1~~. ($O_1N \parallel O_2C$, т.к. O_2C – касательная)



Продлим O_2C за т. C и проведём к O_2C перпендикуляр из т. O_1. Проведём $O_2M \perp O_1P$.

Пусть $BC = x$, тогда $AC = 7x$; $AB = 8x$; $AN = 4x \Rightarrow CN = BN - BC = 3x$.

O_1KCN – прямоугольник; $O_1K = 3x$.

O_2MNC – прямоугольник; $O_2C = MN = R(\omega) = 1$;

Из прямоугольного треугольника AO_1N $O_1N = \sqrt{AO_1^2 - AN^2} = \sqrt{R(\Omega)^2 - (4x)^2} = \sqrt{25 - 16x^2}$; $O_2M = O_1K = 3x$, т.к. O_1KO_2P – прямоугольник ($\angle KCN = \angle O_1NC = 90°$, т.к. CO_2 – касательная; O_1P – сер. перпендикуляр к AB; $\angle O_1KC = 90° \Rightarrow \angle KO_1M = 90°$; $\angle O_1MO_2 = 90°$).

Из прямоуг. $\triangle O_1O_2M$: $O_1O_2 = 5$, $O_1M = \sqrt{25 - 16x} + 1$, $O_2M = 3x$:

$(\sqrt{25-16x^2} + 1)^2 + 9x^2 = 25$; $\quad 25 - 16x^2 + 1 + 2\sqrt{25-16x^2} + 9x^2 - 25 = 0$

$2\sqrt{25-16x^2} = 7x^2 - 1$,

$\sqrt{25-16x^2} = \frac{7x^2-1}{2}$ $\quad 16x^2 \le 25$;

$25 - 16x^2 = \frac{49x^4 - 14x^2 + 1}{4}$ $\quad x^2 \le \frac{25}{16}$

$100 - 64x^2 = 49x^4 - 14x^2 + 1$; $\quad 0 < x \le \frac{5}{4}$

$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$; $\quad x^2 = t$; $t \ge 0$

~~$D = 2500 + 4 \cdot 99 \cdot 49$~~ $= 2500 + 16204 = 18704$

$D = 625 + 99 \cdot 49 = 5476 = 74^2$;

$t_1 = \frac{-25+74}{49} = 1 \Rightarrow x^2 = 1$;

$x = 1$, т.к. $x > 0$.

$AB = 8x = 8$. Ответ: 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$4.\ \sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$

$2x^2-5x+3+2x^2+2x+1-2\sqrt{(2x^2-5x+3)(2x^2+2x+1)} = 49x^2-28x+4;$

$4x^2-3x+4-2\sqrt{(2x^2-5x+3)(2x^2+2x+1)} = 49x^2-28x+4;$

$25x-45x^2=2\sqrt{(2x^2-5x+3)(2x^2+2x+1)}$

$4\cdot(2x^2-5x+3)(2x^2+2x+1)=25x^2(5\cancel{x}-9x)^2;$

$4\cdot(4x^4-10x^3+6x^2+4x^3-10x^2+6x+2x^2-5x+3)=25x^2(81x^2-90x+25);$

$4\cdot(4x^4-6x^3-2x^2+x+3)=25x^2(81x^2-90x+25);$

$2025x^4-2250x^3+625x^2=16x^4-24x^3-8x^2+4x+12;$

$2009x^4-2226x^3+633x^2-4x-12=0;$

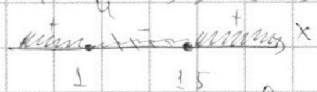
ОДЗ:

$2x^2+2x+1>0\ \forall x$

$2x^2-5x+3=0;$

$D=25-24=1;$

$x_1=\frac{5+1}{4}=1{,}5;\ x_2=1;$



$x\in(-\infty;1]\cup[1{,}5;+\infty)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

6. $\begin{cases} 100b^2-160ab+64a^2-25b^2=0 \\ a^2-25b^2+1=0 \end{cases}$ $\begin{cases} (10b-8a)^2-(5b)^2=0 \\ a^2-25b^2+1=0 \end{cases}$

$\begin{cases} (5b-8a)(15b-8a)=0 \\ a^2-25b^2+1=0 \end{cases}$ 1. $\begin{cases} 5b=8a \\ a^2-25b^2+1=0 \end{cases}$ $\begin{cases} a=\frac{5}{8}b \\ \frac{25}{64}b^2-25b^2+1=0 \end{cases}$

$\begin{cases} a=\frac{5}{8}b \\ 25\cdot\frac{63}{64}b^2=1 \end{cases}$ $\begin{cases} a=\frac{5}{8}b \\ b=\frac{\pm 8}{5\sqrt{63}}=\frac{\pm 8}{15\sqrt{7}} \end{cases}$ $\begin{cases} a=\frac{5}{8}b=\frac{5}{8}\cdot\frac{\pm 8}{5\cdot 3\sqrt{7}}=\frac{\pm\sqrt{7}}{21} \\ b=\pm\frac{8}{15\sqrt{7}} \end{cases}$

2. $\begin{cases} a=\frac{15}{8}b \\ \frac{225}{64}b^2-25b^2+1=0 \end{cases}$ $\begin{cases} a=\frac{15}{8}b \\ 25\left(1-\frac{9}{64}\right)b^2=1 \end{cases}$ $\begin{cases} a=\frac{15}{8}b \\ 25\cdot\frac{55}{64}b^2=1 \end{cases}$ $\begin{cases} a=\frac{15}{8}b \\ b=\pm\frac{8}{5\sqrt{55}} \end{cases}$

$a=\frac{15}{8}b=\frac{15}{8}\cdot\pm\frac{8}{5\sqrt{55}}=\pm\frac{3}{\sqrt{55}}=\pm\frac{3\sqrt{55}}{275}$

Ответ: $\frac{\sqrt{7}}{21}$, $-\frac{\sqrt{7}}{21}$, $\frac{3\sqrt{55}}{275}$, $-\frac{3\sqrt{55}}{275}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

6. $\begin{cases} ax-y+10b=0 \\ ((x+8)^2+y^2-1)(x^2+y^2-4)\le 0 \end{cases}$ $\begin{cases} y=ax+10b \\ (x^2+16x+64+y^2-1)(x^2+y^2-4)\le 0 \quad (1) \end{cases}$

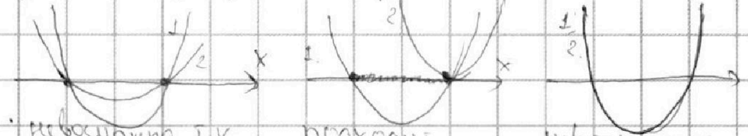
Подставим значение y в неравенство (1):

$$(x^2+16x+64+(ax+10b)^2-1)(x^2+(ax+10b)^2-4)\le 0$$

$$(x^2+16x+64+a^2x^2+20axb+100b^2-1)(x^2+a^2x^2+20axb+100b^2-4)\le 0$$

$$(x^2(a^2+1)+4x(5ab+4)+100b^2+63)(x^2(a^2+1)+20axb+100b^2-4)\le 0$$

Полученные 2 квадратных трёхчлена должны иметь в сумме только 2 корня (если корней больше, то значений x при котором произведение равно 0 больше, если при этом какие-то совпадают, то графики трёхчленов имеют один из видов:



невозможно, т.к. старшие к. одинаковы

подходит вся закраш. область

невозможно т.к. выражения неодинаковы.

Два значения x, а значит, и 2 решения системы возможно лишь тогда когда оба квадратных трёхчлена имеют по 1 корню, т. е. $D_1=D_2=0$, где D_1 и D_2 – дискриминанты кв. трёхчленов.

$D_1=16(5ab+4)^2-4(a^2+1)(100b^2+63)=0$ $|:4$ $\quad D_2=400a^2b^2-4\cdot(a^2+1)(100b^2-4)=0$ $|:16$

$\begin{cases} 4(5ab+4)^2-(a^2+1)(100b^2+63)=0 \\ 25a^2b^2-(a^2+1)(25b^2-1)=0 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} \cancel{20}4(25a^2b^2+40ab+16)-(a^2+1)(100b^2+63)=0 \\ 25a^2b^2-25a^2b^2-25b^2+a^2+1=0 \end{cases}$

$\begin{cases} 100a^2b^2+160ab+64-100a^2b^2-100b^2-63a^2-63=0 \\ a^2-25b^2+1=0 \end{cases}$

$\begin{cases} 100b^2-160ab+63a^2-1=0 \\ a^2-25b^2+1=0 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} 75b^2-160ab+64a^2=0 \\ a^2-25b^2+1=0 \end{cases}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

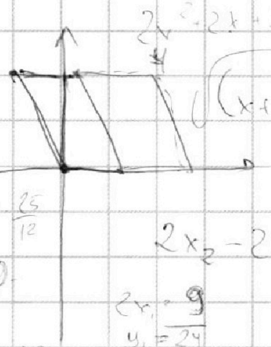
МФТИ

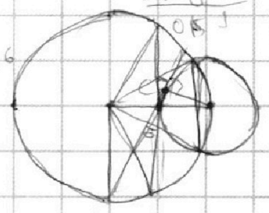
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





$\sqrt{(x+1)^2+x^2}$

$2x_2-2x_1+y_2-y_1=12$

$\sqrt{25-16x^2+1}+3x^2=5$

$a=2^8\cdot7^{10}$

$b=2^6$

$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=2-7x$

$4x^2-5x+3+2x+1$

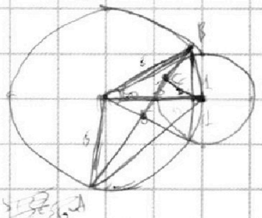
$4x^2-3x+4=49x^2-28x+4$

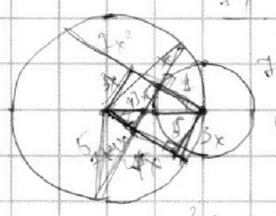
$45x^2-25x=-2\sqrt{(2x^2-5x+3)(2x^2+2x+1)}$

$ab=2^{14}\cdot7^{10}\cdot m$

$bc=2^{17}\cdot7^{17}\cdot n$

$ac=2^{20}\cdot7^{37}\cdot k$





1. $ab: 2^{14}7^{10}$
$bc: 2^{17}7^{17}$
$ac: 2^{20}7^{37}$

$abc-?$

$b=m\cdot2^x\cdot7^y$

$a: 2^{14-x}7^{10-y}$

$c: 2^{17-x}7^{17-y}$

$2^{21-2x}=2^{31}\cdot7$

$ac=2^{20}\cdot7^{37}$

$b^2=2^{12},\ b=2^6$

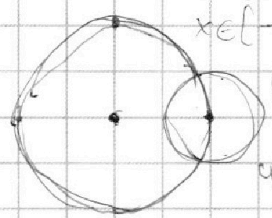
$bc=2^6\cdot2^{11}\cdot7^{17}$

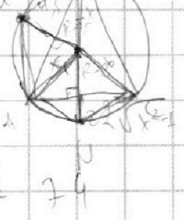
$ab=2^8\cdot7^{10}$

$4(2x^2-5x+3)(2x^2+2x+1)=25x^2(9-9x)^2$

$4(4x^4-10x^3+6x^2+4x^3-10x^2+6x+2x^2-5x+3)=25x^2(25-90x+81x^2)$

$abc=2^{26}\cdot7^{37}$





$ac=2^{20}\cdot7^{37}$

$c: 2^{11}\cdot7^{12}$

$a: 2^8\cdot7^{10}$

$49x^2-28x+4$

$4851+625=5476$

$5476=74^2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$ab = 2^{14}\cdot 7^{10}\cdot m,\ ac = 2^{20}\cdot 7^{37}\cdot n,\ bc = 2^{17}\cdot 7^{17}\cdot k$

$(abc)^2 = 2^{14}\cdot 7^{10}\cdot 2^{20}\cdot 7^{37}\cdot 2^{17}\cdot 7^{17}\cdot mnk = 2^{34}\cdot 2^{17}\cdot 7^{27}\cdot 7^{37}\cdot mnk$

$= 2^{51}\cdot 7^{64}\cdot mnk$

2^{52} $\quad 52 : 2 = 26$ $\quad 2^{26}\cdot 7^{32}$

$(abc)^2 = 2^{51}\cdot 7^{64}$, $abc =$ $\quad mnk_{min} = 2$

$(abc)^2 = 2^{52}\cdot 7^{64} \Rightarrow abc = 2^{26}\cdot 7^{32}$

$2^{14-x}\cdot 7^{10-x}\cdot 2^{17-x}\cdot 7^{12-x}$

$x^2 + (x+1)^2 = a^2$ $\quad 3^2 + 4^2 = 5^2$

$2^{31-2x}\cdot 7^{22-2x} = 2^{20}\cdot 7^{37}$

$2^{14}\cdot 7^{10}$ $\quad a = 2^{14-x}\cdot 7^{10-x}$, $c = 2^{17-x}\cdot 7^{12-x}$, $b = 2^x\cdot 7^x$

$abc = 2$

НОД$(a,b) = 1$, 6

$\dfrac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab}$

$\dfrac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$

$8ab : (a+b)$

$\dfrac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$

НОК$(a+b)$

$a+b = 16$ $\quad (a+b)^2 - 8ab : a+b$ — сократима

$a+b : 8ab$ $\quad \dfrac{16}{16^2 - 8ab}$

$a+b - \dfrac{8ab}{a+b}$

$a+b : a$ — т.к. таким образом $a+b=8$

$a+b : b$

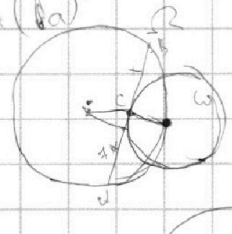
$\dfrac{16}{256-8}$ $\quad (a+b)^2 - 8ab$ $\quad \dfrac{16}{256-8ab}$ $\quad$ 2009 — простое

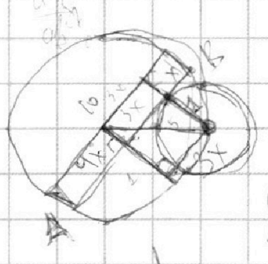
$8ab$ $\quad a+b$ $\quad a+b : ab$

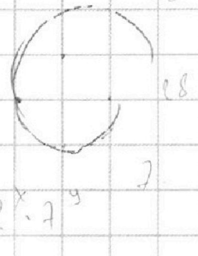
$75b^2$

$100b^2 + 160ab + 64a^2$ $\quad 25b^2 : ab$ $\quad \dfrac{a+b}{ab}$ — некий НОК на к-й можно сократить

$(10b)^2 - 2\cdot 10\cdot 8ab + (8a)^2$



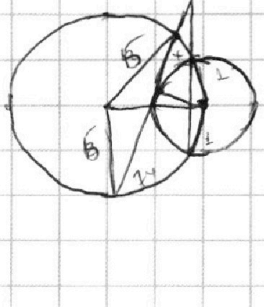


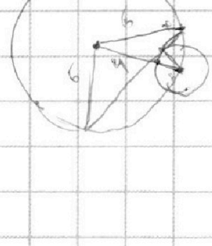


$a = 2^x\cdot 7^y$

b

c





$y = ax + 10b$

$((x+3))^2$

$x^2 + 16x + 64 - 1$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$ $2x^2-5x+3 \geq 0$

$\sqrt{(x-1{,}5)(x-1)}$ $(-\infty;+1] \cup [1{,}5;+\infty)$ $D = 25-4\cdot 6 = 1$

$\text{НОД}(a,b)\cdot\text{НОК}(a,b) = ab$

$\text{НОД}((a+b)^2-5ab; a+b)$

$\begin{cases} a = \frac{5}{8}b \\ \frac{25}{64}b^2 - 25b^2 + 1 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} a = \frac{15}{8}b \\ \frac{225}{64}b^2 - 25b^2 + 1 = 0 \end{cases}$ $x_1 = \frac{5+1}{4} = \frac{6}{4} = 1{,}5$ $x_2 = 1$

$\text{НОД}(a+b) = (a+b)^2 \ldots a+b$ $2x^2+2x+1$

$25\left(1-\frac{1}{64}\right)b^2 = 1$ $b = \frac{8}{5}\sqrt{7}$ $2x^2+2x+1 > 0 \;\forall x$

$\boxed{\frac{63}{64}b^2 = \frac{1}{25}}$ $a = \pm\frac{1}{3\sqrt{7}} \pm \frac{\sqrt{7}}{21}$

$\text{НОД}(2;1) = 1$ $y = ax + 10b$ $a+b = \frac{a+b}{5ab}$ $D = 4 - 4\cdot 2$

$\left(\left((x+8)^2+y^2-1\right)\left(x^2+y^2-4\right)\right) \leq 0$ $b = \pm\frac{8}{15\sqrt{7}}$ $km(km)^2 = a$ a_2

$\boxed{\left(25\left(1-\frac{9}{64}\right)=1\right)}$ $\frac{8}{8-6}$ $b^2 \cdot \frac{55}{64} = \frac{1}{25}$ $\begin{cases}(8a-5b)(8a-15b) = 0 \\ a^2 - 25b^2 + 1 = 0\end{cases}$

$\left(\left((x+8)^2+(ax+10b)^2-1\right)\right)\left(x^2+(ax+10b)^2-4\right) \leq 0$ $km^2 = a$ $\frac{-90}{\frac{34}{56}}$

$\frac{10}{4} = \frac{3+2}{4}$ $\left(x^2+16x+64+a^2x^2+20abx+100b^2-1\right)\left(x^2+a^2x^2+20abx+100b^2-4\right) \leq 0$

$\frac{10}{4} = \frac{16-5}{4}$ $\left(x^2(a^2+1)+4x(4+5ab)+100b^2+63\right)\left(x^2(a^2+1)+20abx+100b^2-4\right) \leq 0$

$\frac{4}{4} = \frac{16-12}{4}$ $\left(x^2(a^2+1)\right)$ $a+b = mk$ $m^2k^2 - 5ab$ $D_1 = 0$ $D_2 = 0?$

$= 4 - \frac{12}{4}$ $D_1 = 16(4+5ab)^2 - 4(a^2+1)(100b^2+63)$ $D_2 = 400a^2b^2 - 4\cdot(a^2+1)(100b^2-4)$

подходит только 2 случая $160ab - 100b^2 - 63a^2 + 1 = 0$

ax^2+bx+c $a^2 - 25b^2 + 1 = 0$

$\begin{cases} 16(16+40ab+25a^2b^2) - 4(100a^2b^2+100b^2+63a^2+63) \\ 16\cdot 25a^2b^2 - 16\cdot(a^2+1)(25b^2-1) = 0 \;|:16 \end{cases}$ $a^2+63a^2+100b^2-25b^2-160ab = 0$

$64a^2 + 75b^2 - 160ab = 0$

$\begin{cases} 4\cdot(16+40ab+25a^2b^2) - 100a^2b^2 - 100b^2 - 63a^2 - 63 = 0 \\ 25a^2b^2 - (25a^2b^2+25b^2-a^2-1) = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 160ab - 100b^2 \end{cases}$

$(8a)^2 - 4\cdot 5\cdot 8ab + 100b^2 \ldots = 0$

$\begin{cases} 64 + 160ab + 100a^2b^2 - 100a^2b^2 - 100b^2 + 63a^2 - 63 = 0 \\ a^2 - 25b^2 + 1 = 0 \end{cases}$ $(8a)^2 - 4\cdot 5\cdot 8ab + 100b^2 - 25b^2 = 0$

$(8a-10b)^2 - (5b)^2 = 0$

$(8a-5b)(8a-15b) = 0$