



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 14



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{14}7^{13}$, bc делится на $3^{19}7^{17}$, ac делится на $3^{23}7^{42}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-9ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2-5x+6}-\sqrt{3x^2+x+1}=5-6x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=25$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$5x-y=3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x}+\frac{1}{y}=\frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{25x^2-y^2-z^2}{y^2+3z^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 36 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .

7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX=\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD:DC$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1 $a, b, c \in \mathbb{N}$, будем обозначать $\|k\|_p$ наибольшую степень входящей простого p в $\mathbb{N} \ni k$, такая что $k: p^2$, но $k \not\vdash p^{2+1}$, тогда, т.к. $ac: 7^{42} \Rightarrow \|abc\|_7 \geq 42$, это очевидно, т.к. $a, b, c \in \mathbb{N}$, заметим, что, т.к. $ab: 3^{14} 7^{13}$, $bc: 3^{13} 7^{17}$, $ac: 3^{23} 7^{42}$, то $abc: 3^{56} 7^{56} \Rightarrow a^2 b^2 c^2: 3^{112} 7^{112} \Rightarrow abc: 3^{28} 7^{28}$, в противном случае $a^2 b^2 c^2 \not\vdash 3^{56} 7^{56} \Rightarrow \text{т.к. } \gcd(3, 7) = 1, \|abc\|_3 \geq 28, \|abc\|_7 \geq 42$, то $abc \geq 3^{28} 7^{42}$ (равенство выполняется, если $a = 3^4 7^{15}, c = 3^{14} 7^{27}, b = 3^5 7^0$ также $ac = 3^{23} 7^{42} = 3^{23} 7^{42}, ab = 3^{14} 7^{13} = 3^{14} 7^{13}, bc = 3^{19} 7^{27} = 3^{19} 7^{27}$) $\Rightarrow \min abc = 3^{28} 7^{42}, 4 \text{ иг}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

МФТИ

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



2. Так $\frac{a}{b}$ несократима, то $\text{НОД}(a, b) = 1$; Заметим, что
 $\text{НОД}(a, b) = (a, b)$

$$\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 11ab}; \text{ так } (a, b) = 1, \text{ то } (a+b, ab) = 1,$$

Так в кроти шло, пусть $(a+b, ab) = k > 1$, тогда
или a или b $k \geq 2$ k делит и какое-то простое,

\Rightarrow , пусть $k = p$, тогда или a или $b \div p$, тогда
 $(a+b, ab) = p$, \Rightarrow $a+b \div p$, \Rightarrow так то $a \div p, b \div p$

\Rightarrow $\text{НОД}(a, b) \geq p$, но $\text{НОД}(a, b) = 1$, противоречие \Rightarrow

действительно $\text{НОД}(a+b, ab) = 1$, $\Rightarrow \text{НОД}(a+b, 11ab) \leq 11$,

$\Rightarrow m \leq 11$, \Rightarrow так, заметим, что $\frac{a+b}{a^2+b^2} = \frac{1}{a+b}$, то есть нам

действительно необходимо найти только $(a+b, 11ab) \leq 11$, как

~~мы~~ мы доказали, если $a=5, b=6$, то $\frac{11}{(11^2) - 11(30)} =$

$$\frac{11}{11} \cdot \frac{1}{11-30} = \frac{1}{-19}, \Rightarrow m=11 \text{ действительно max,}$$

Ответ: 11

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3 \quad \sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} \cup \sqrt{3x^2 + x + 1}$$

$$3x^2 - 5x + 6 \cup 3x^2 + x + 1$$

$$-6x + 5 \cup 0$$

если

$$-6x + 5 \geq 0, \text{ то } 5 - 6x \leq 0, \Rightarrow \text{если } -6x + 5 > 0, \text{ то}$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} > 0, \text{ но } 5 - 6x \text{ будет } < 0,$$

$$\text{аналогично с } -6x + 5 < 0, \Rightarrow -6x + 5 = 0, \text{ тогда}$$

$$6x = 5; \quad x = \frac{5}{6} \quad \text{или} \quad \frac{5}{6}$$

Замечание: мы можем сравнить $\sqrt{3x^2 - 5x + 6}$ и $\sqrt{3x^2 + x + 1}$,
 < 0 .

т.к. под корнями трехчлены квадратичные, которые > 0 .

$$(\pi \Rightarrow \text{они все } > 0, \text{ т.к. } 25 - 4 \cdot 3 \cdot 6 < 0, 1 - 3 \cdot 4 < 0),$$

$$\text{случай с } -6x + 5 < 0; \text{ тогда } \sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} < 0,$$

но $5 - 6x > 0$, а что-то больше нуля не может

$$\text{быть } = \text{ чему-то меньшему, т.к. } \sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$6. \left\{ \begin{array}{l} \frac{AB}{w} - 1 = \frac{AB}{M} \\ \frac{AB}{w} \cdot M = \frac{AB}{M} \cdot w + 49 \end{array} \right.$$

$$\frac{AB}{w} + 0,6 = \frac{AB}{M+7}$$

$$AB \left(\frac{1}{M+7} - \frac{1}{w+7} \right) = 0,6$$

$$AB = \frac{0,6}{\frac{1}{M+7} - \frac{1}{w+7}} = \frac{0,6(M+7)(w+7)}{w+7-M-7}$$

$$10AB = \frac{6(Mw+7w+7M+49)}{w+M+7}$$

$$\frac{6(Mw+7w+7M+49)}{w+M+7} + 10M = \frac{6(Mw+7M+7w+49)(w+49)}{w+7+M+7}$$

Согласно условию, дальше просто подставляем,
сводим к квадратному, на самом деле > 0

AB-расстояние от 1 до 10

$$AB + M = \frac{AB}{M} \cdot w + 49$$

$$10AB + 10M = \frac{10AB}{M} \cdot w + 49$$

M - скорость мотоцикла
 w - скорость велосипедиста

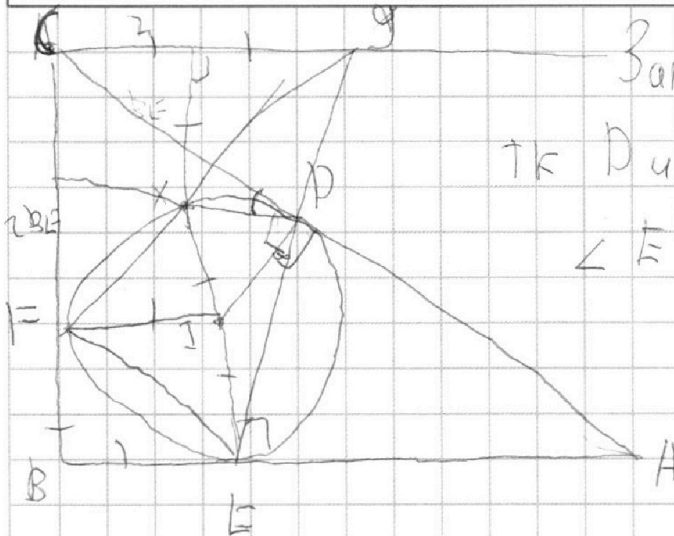
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

МФТИ

- 1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Заметим, что $\angle CXD = \angle XEA =$

т.к. D и E — касания висс окружности, то

$$\angle EDA = \angle XEA = \angle CDX \quad (\text{верт.}), \Rightarrow$$

$$\triangle CXD \sim \triangle DAE, (CD=CX, DA=AE)$$

т.к. $(F=CD, \text{то } CF=CX,$

$\triangle CFX$ — равнобедренный. $\angle CFX = 45^\circ \Rightarrow$

$\angle FEX = 45^\circ$ (CF — кас. $\angle CFX$ — угол между хордой

и касательной, он равен вписанному, опирающемуся на хорду)

т.к. $FB=BE, \angle B=90^\circ, \angle FEB=45^\circ \Rightarrow \angle XEB = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$

$\Rightarrow X$ — диаметрально противоположна F , т.к. FE — диаметр

в \odot с AB , центр J — центр, то $\angle JEB = 90^\circ = \angle XEB, \Rightarrow$

$XI=JE, X \in FE$, т.к. $(F=PE), JFFB$ — квадрат, следовательно

прямоугольный $\triangle BEF = \frac{1}{2} XE = \frac{1}{2} \sqrt{2} XY = \frac{XY}{\sqrt{2}}$ прообраз

$XE \perp AC \Rightarrow \angle CXL = \angle XE$ — прямая, равнобедренный $\triangle CXL \Rightarrow \angle CXL = 45^\circ$

$BA \parallel CX, XE \perp BA, \Rightarrow \angle XEB = \angle CL = \frac{XY}{\sqrt{2}} \quad \angle X = \frac{XY}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow L$ — середина $XY, XL \parallel CF, LX$ — средняя линия, $\angle Y = 2\angle BEF = \angle D$

$XL=BE$, по теореме косинусов $YD^2 = 8BE^2 - 2 \cos \angle DCY \cdot 4BE^2 = 4BE^2$

в $\triangle YD$ (т.к. $\triangle DAE$), то $\angle EYD = 180^\circ - \angle DAE$

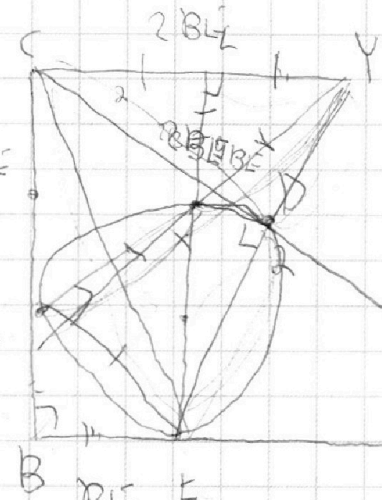
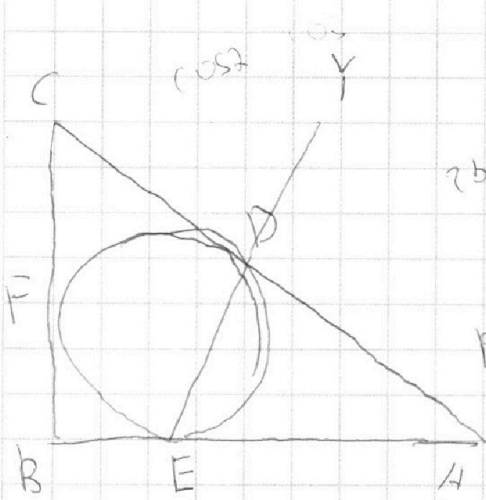
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$DY^2 = 4BE^2 - 2\cos 2\alpha \cdot 4BE^2$$

$$DE = 2BE^2 - 2\cos(180-2\alpha)BE^2$$

$$XY = \sqrt{2} LY$$

$$\frac{XE}{2} = BE = \frac{XY}{\sqrt{2}}$$

$$YD = DE = 2BE$$

$$\sin 2\alpha = \frac{DY}{DE} = \frac{2BE}{2BE} = 1$$

$$\frac{AB+6}{w+2 \cdot 10} = \frac{AB}{w+2}$$

$$FE = XY$$

$$3BE^2$$

$$CB = 5BE$$

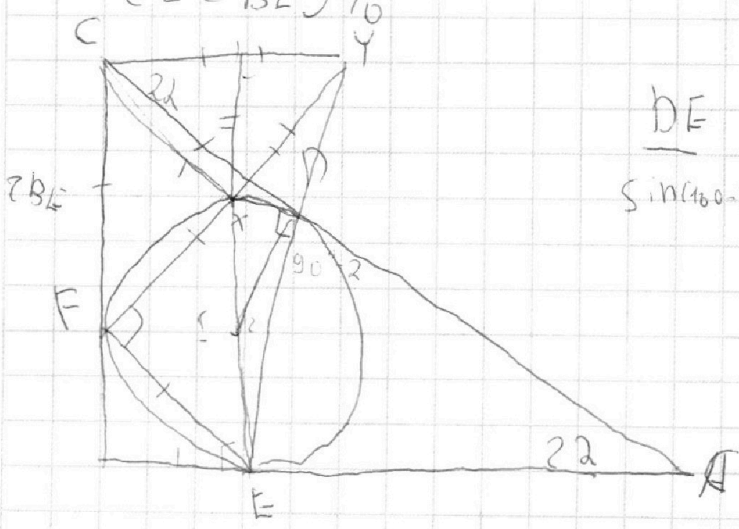
$$\frac{w+7}{AB} = \frac{w+7}{AB} + \frac{10\sqrt{\sin 2\alpha}}{6} = \frac{2}{3}$$

$$DA = p - 5BE$$

$$\frac{p-1}{5BE} \cdot \frac{XE}{2} \cdot \sqrt{2} = \frac{XE}{\sqrt{2}}$$

$$CE^2 = 9BE^2 + BE^2$$

$$CE = BE \sqrt{10}$$



$$\frac{DE}{\sin(180-2\alpha)}$$

$$YD^2 = 2(4BE^2) - 2\cos 2\alpha \cdot 4BE^2$$

$$DE = 2BE^2 - 2\cos \alpha$$

$$\frac{DE}{\sin(180-2\alpha)} = 2BE^2$$

$$DY =$$

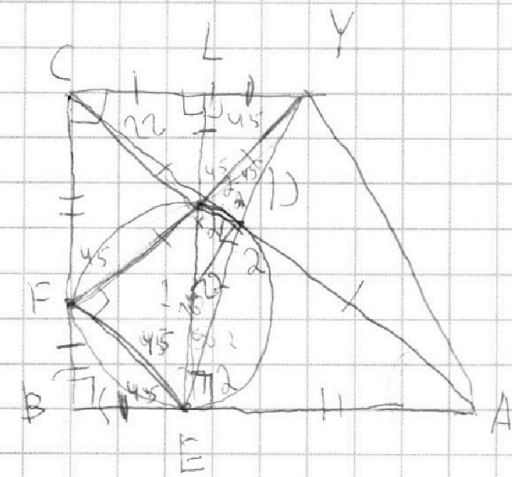
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AD}{DC} = \frac{DE}{YD}$$

$$YF = \sqrt{2} CY = \sqrt{2} CF$$

$$\angle XYD = 2 \cdot 45^\circ = 90^\circ - 2$$

$$\angle XYD = 2$$

$$XE = 2 BE$$

$$\sqrt{2} BE = XY = \sqrt{2} LY$$

$$XY = \sqrt{2} LY$$

$$XY = \sqrt{2} LY$$

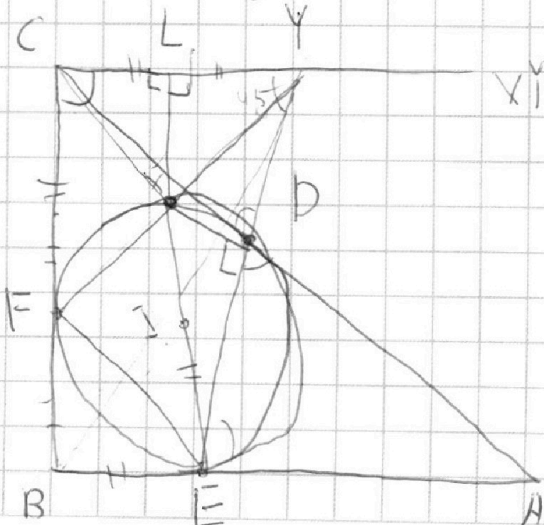
$$EX = 2 LY$$

XE

$$XE = 2 BE = \sqrt{2} XY$$

$$\sqrt{2} BE = XY$$

BEFLC



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

МФТИ

- 1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$5x - y = 3z$
 $\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}$
 $5x = 3z + y$
 $25x^2 = 9z^2 + 6zy + y^2$

$xyz = 10$
 $25x^2 - y^2 - z^2 = 9z^2 + 6zy$
 $y^2 + 3z^2$

$8yz + xz + 15x = 15xy$

$8 = x \left(\frac{15}{z} - \frac{1}{y} \right)$

$25x^2 = y^2 + z^2 = (3z + y)^2$

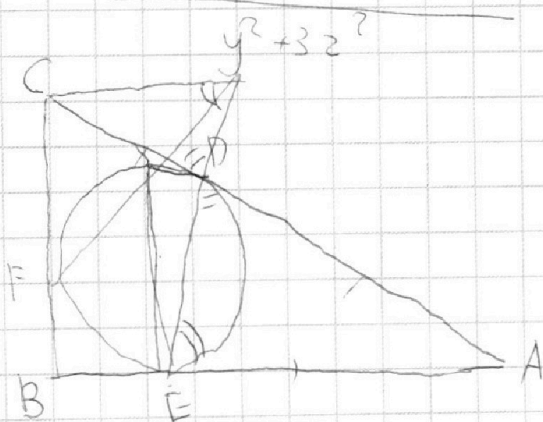
$y^2 + 3z^2$

$y =$

$8yz = 15xy - zx$

$6yz = \frac{6}{8} (15xy - zx)$

$8z^2 + \frac{6}{8} (15xy - zx)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

6. $|\vec{AB}| = \frac{S_{км}}{v} > 0$; w - скорость вело-ста; m - мото-лестя (км/ч)

$$\begin{cases} \frac{S}{w} - 0,1 = \frac{S}{m} & \frac{S}{m} = 8 \\ \frac{S \cdot m}{w} = \frac{S \cdot w + 49 км}{m} & \frac{S}{w} \cdot m = \frac{S - w + 49 км}{-6x + 5^2 0} \\ \frac{S}{w+7} = \frac{S}{m+2} - 0,6 & \frac{S}{m+2} = \frac{S - 5x + 6}{x+1} \end{cases}$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x$$

$$3x^2 - 5x + 6 + 3x^2 + x + 1 + 2\sqrt{3x^2 - 5x + 6}\sqrt{3x^2 + x + 1} =$$

$$= 25 - 60x + 36x^2 + 32x^2$$

$$2\sqrt{3x^2 - 5x + 6}\sqrt{3x^2 + x + 1} = 18 - 56x + 32x^2$$

$$\left(\sqrt{3x^2 - 5x + 6}\sqrt{3x^2 + x + 1}\right)' = 9 - 28x + 16x^2 =$$

$$= 16x^2 - 28x + 9 - 28x + 16x^2 - 28x + 9$$

$$28^2 - 64 - 9 = 28 \cdot 4 \cdot (28 + 24) = 4 + 52 =$$

$$(3x^2 - 5x + 6)(3x^2 + x + 1) = \left(16x^2 - 28x + 9\right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

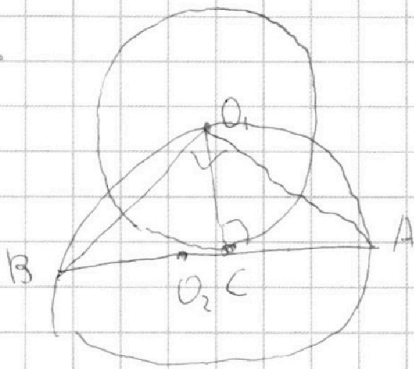
1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



4.



Пусть O_1 - центр ω , O_2 - центр Ω

тк BA - диаметр, а $O_1 \in \Omega$,

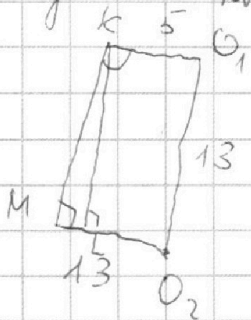
$\angle BO_1A = 90^\circ$, тк BA - диаметр, C - т. касан
а O_1 - центр, то $\angle O_1CB = 90^\circ$

$\Rightarrow O_1C$ - высота в $\triangle O_1BA$, из свойств прямоугольного \triangle , и (из подобия) $O_1C = \sqrt{BC \cdot CA} = 5$, \Rightarrow радиус $\omega = 5$.
тк O_2 - центр Ω , середины AB , то радиус $\Omega = \frac{26}{2} = 13$, $\Rightarrow O_2O_1 = 13$, тк $O_1 \in \Omega$, пусть ML

провели общую касательную, провели радиус из O_1 в т.

касания этой касательной с ω , аналогично для O_2 и Ω ,

пусть K - касание этой касательной с ω - K , с Ω - M , тогда



KO_1 - радиус $\omega = 5$, $MO_2 = 13$, аналогично для Ω

$O_1O_2 = 13$, проведем высоту из O_1 на MO_2 ,

пусть она L , тогда KLO_1O_2 - прямо угольн.

KO_1ML - прямоугольник, $ML = 5$, $O_1L = KM =$

$\sqrt{13^2 - 8^2} = \sqrt{105}$, тк $\triangle O_1LO_2$ - прямоугольник, по Т. Пифагора

$13^2 = MO_2^2 + O_1L^2 = (13 - 5)^2 + O_1L^2$, $KM = \sqrt{105} = \sqrt{7 \cdot 3 \cdot 5}$

\Rightarrow тк KM - общая касательная, то это и есть ответ: $\sqrt{105}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 3^{14} \cdot 7^{13}, \quad bc : 3^{19} \cdot 7^{17}, \quad ac : 3^{23} \cdot 7^{42}$$

Будем обозначать $\|k\|_p = n$ - наибольшим степеням

входящим простого p в k , так, что $k : p^n$, но $k \not: p^{n+1}$

тогда, т.к. $ac : 7^{42}$, то $\|abc\|_7 \geq 42$, т.к. $ac : 3^{23}$, то

$$\|abc\|_3 \geq 23, \quad \text{т.к. } ac : 3^{23}, \quad \text{но } \|abc\|_3 \geq 14;$$

$$\|bc\|_3 \geq 19, \quad \|ac\|_3 \geq 23, \quad \|a\|_3 = n, \quad \|c\|_3 \geq 23 - n$$

$$a^2 b^2 c^2 : 3^{19+14+23} \cdot 7^{42}$$

$$\cos(a, b) = 1$$

$$19+14+23 = 56 \quad 36$$

$$X \quad 3^{28} \quad abc : 3^{28}$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 11ab}$$

$$a : 3^9 \quad \underline{a+b}$$

А

$$13 \quad 10 \quad 5$$

$$c : 3^{14}$$

$$(a, b) = 1$$

$$14 \quad 9 \quad 6 \quad 5$$

$$b : 3^{15}$$

$$(\underline{a+b}, ab) = 1$$

42

$$B \quad 26 \quad 16$$

$$c :$$

$$27 \quad 15$$

$$\frac{a+b}{2}$$

$$(a+b) - 11ab$$

$$a^2 - 9ab + b^2$$

$$a = 3^9 \cdot 7^{15}$$

$$c = 3^{14} \cdot 7^{27}$$

$$b = 3^{15} \cdot 1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$DE^2 = 2BE^2 - 2\cos(180^\circ - \angle DCY) \cdot BE^2, \text{ но } \angle \text{в } \triangle IDE.$$

$$\triangle IDE. \quad YD = CD, \text{ тк } \triangle (DY \sim \triangle PAE)$$

$$YE = \sqrt{DE^2 + CD^2} = BE \sqrt{10}$$

$$YD = BE \sqrt{8 - 8\cos \angle DCY}$$

$$DE = BE \sqrt{2 - 2\cos(180^\circ - \angle DCY)}$$

$$\sqrt{8 - 8\cos \angle DCY} + \sqrt{2 - 2\cos(180^\circ - \angle DCY)} = \sqrt{10} = \frac{YD + DE}{BE} = \frac{YE}{BE}$$

$$\text{но } \angle \text{в } \triangle DCY \quad \frac{DY}{\sin \angle DCY} = \frac{2BE}{\sin \angle DCY} = \frac{YD}{\sin \angle DCY}$$

$$\angle CYE = \angle CAE, \Rightarrow \exists (CYAE),$$

$$\text{power}_{(CYAE)} = -YD \cdot DE = CD \cdot DA$$

$$\Rightarrow CD \cdot DA = YD \cdot DY$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

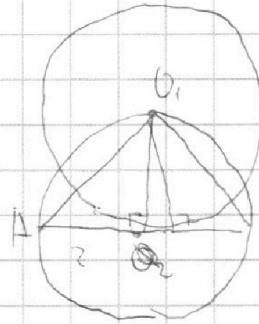


$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1}$$

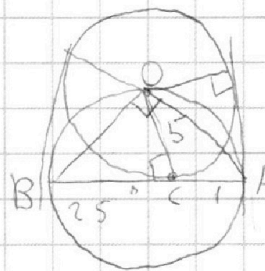
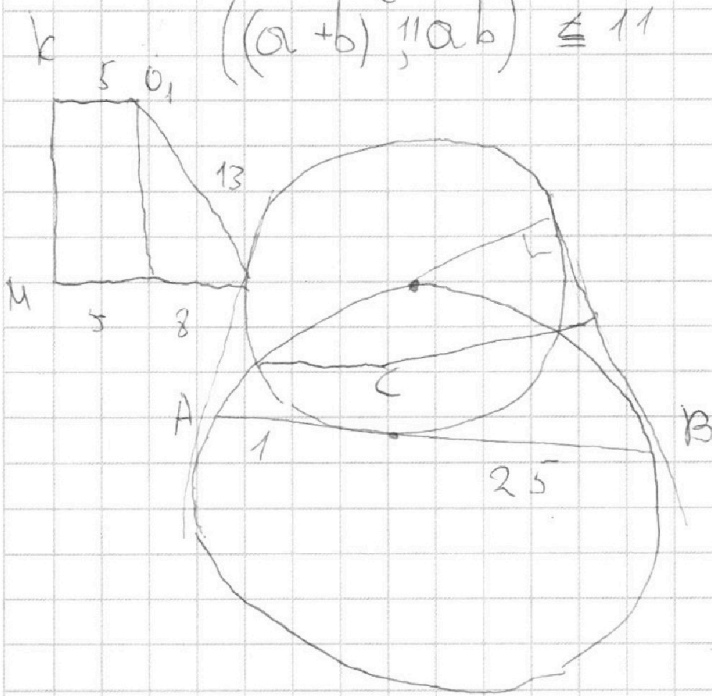
$$3x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$25 - 18 \cdot 4 < 0$$

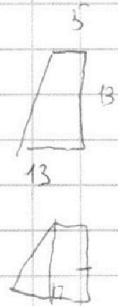
$$((a+b)^2) \cdot ab \leq 11$$



$$O_1 O_2 = 13$$

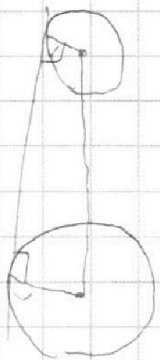
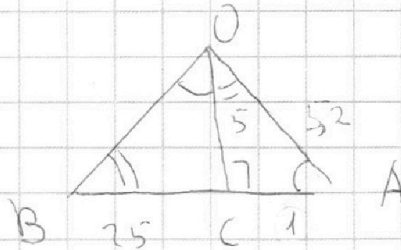


$$OC = \frac{5}{5}$$



$$OA =$$

$$\Delta OAC \sim \Delta OBA$$

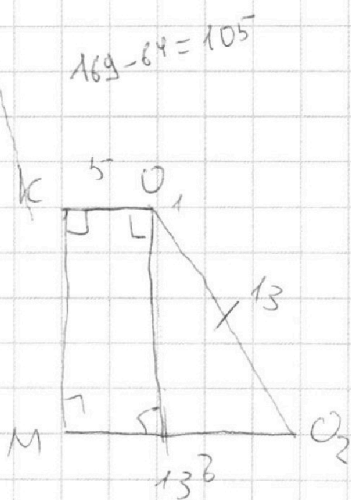


$$169 - 64 = 105$$

$$\frac{OA}{BA} = \frac{OC}{BC}$$

$$OA = \frac{OC \cdot BA}{BC} = \frac{5 \cdot 25}{5} = 25$$

$$\frac{26}{3} = 5,2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$25x^2 - y^2 - z^2$$

$$y^2 + 3z^2$$

$$(a+b, ab)$$

многоугольника - X M

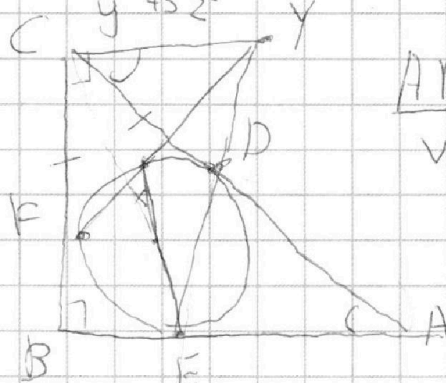
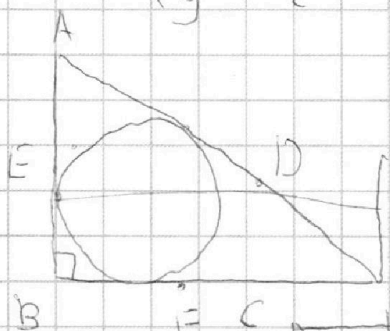
вело - VW

$$5x = 3z + y$$

$$(3z + y)^2 - y^2 - z^2 = \frac{3z^2 + 6zy}{y^2 + 3z^2} = 2 \left(\frac{yz^2 + 3y}{y^2 + 3z^2} \right)$$

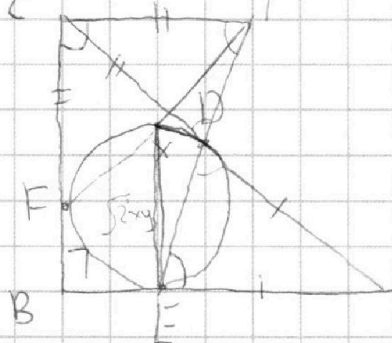
$$\frac{3y + x}{xy} = \frac{15}{z}$$

$$\frac{AB}{w} - 1 = \frac{AB}{M}$$



$$YX \cdot YI = YD \cdot YE$$

x, y



$$\frac{AB}{x} \cdot \frac{AB}{y} = \frac{AB}{y}$$

$$\left\{ \frac{AB}{w} - 1 = \frac{AB}{M} \right.$$

$$\frac{AB \cdot M}{w} = \frac{AB \cdot w}{M} + 4g$$

$$AB + M = \frac{AB}{M} \cdot w + 4g$$

$$\frac{AB}{w+7} \cdot 0.6 = \frac{AB}{M+7}$$

$$AB \left(\frac{1}{w+7} - \frac{1}{M+7} \right) = 0$$